

Chủ đề 2: HÀM SỐ BẬC HAI

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1) Hàm số bậc hai có dạng $y = ax^2 + bx + c; (a; b; c \in \mathbb{R}; a \neq 0)$.

2) Khảo sát sự biến thiên của hàm số bậc hai

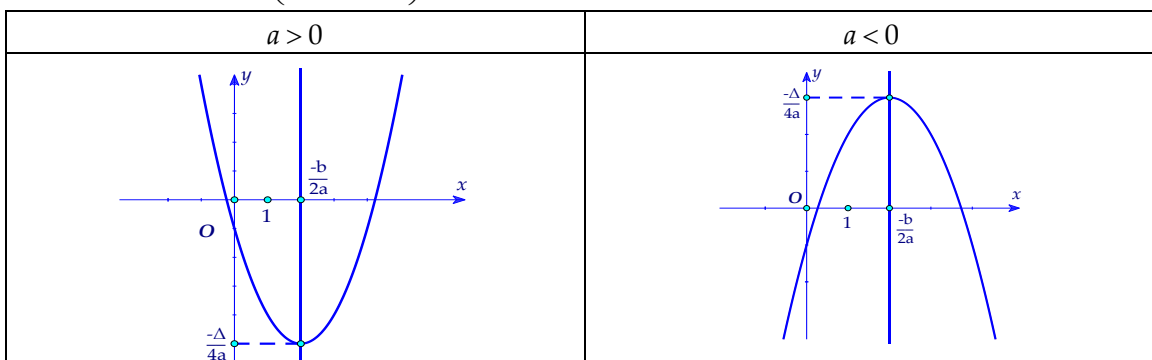
Xét hàm số $y = ax^2 + bx + c; (a; b; c \in \mathbb{R}; a \neq 0)$.

+) TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

+) Đồ thị hàm số bậc hai có dạng parabol (P) với bề lõm hướng lên trên với $a > 0$, bề lõm hướng xuống dưới với $a < 0$.

- Trục đối xứng của (P) là $x = -\frac{b}{2a}$.

- Đỉnh của (P) là $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.



- Để vẽ đường parabol $y = ax^2 + bx + c$ ta tiến hành theo các bước sau:

1. Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$;

2. Vẽ trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$;

3. Xác định tọa độ các giao điểm của parabol với trục tung, trục hoành (nếu có) và một vài điểm đặc biệt trên parabol;

4. Vẽ parabol.

+) Sự biến thiên của hàm số

$a > 0$	$a < 0$																
Bảng biến thiên:																	
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 10%;">x</td> <td style="width: 40%;">$-\infty$</td> <td style="width: 40%;">$-\frac{b}{2a}$</td> <td style="width: 10%;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;">y</td> <td style="border: 1px solid black;">$+\infty$</td> <td style="border: 1px solid black;">$-\frac{\Delta}{4a}$</td> <td style="border: 1px solid black;">$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$	y	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 10%;">x</td> <td style="width: 40%;">$-\infty$</td> <td style="width: 40%;">$-\frac{b}{2a}$</td> <td style="width: 10%;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;">y</td> <td style="border: 1px solid black;">$-\infty$</td> <td style="border: 1px solid black;">$-\frac{\Delta}{4a}$</td> <td style="border: 1px solid black;">$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$	y	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$
x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$														
y	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$														
x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$														
y	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$														
+) Hàm số đồng biến (tăng) trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.	+) Hàm số đồng biến (tăng) trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.																
+) Hàm số nghịch biến (giảm) trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.	+) Hàm số nghịch biến (giảm) trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.																

Nhận xét:

+) Khi $a > 0$: Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $-\frac{\Delta}{4a}$ đạt được tại $x = -\frac{b}{2a}$.

+) Khi $a < 0$: Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $-\frac{\Delta}{4a}$ đạt được tại $x = -\frac{b}{2a}$.

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số sau:

- a) $y = x^2 - 3x + 2$; b) $y = -2x^2 + 5x - 2$; c) $y = -x^2 + 2x - 1$;
 d) $y = -2x^2 - x + 3$; e) $y = x^2 + 2$; f) $y = x^2 + 2x + 1$.

Câu 2: Xác định hàm số bậc hai $y = 2x^2 + bx + c$, biết đồ thị của nó:

- a) Có trục đối xứng là $x = 1$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 4.
 b) Có đỉnh là $I(-1; -2)$.
 c) Có hoành độ đỉnh là 2 và đi qua điểm $A(1; -2)$.

Câu 3: Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$; ($a; b; c \in \mathbb{R}, a \neq 0$). Biết (P) đi qua các điểm $A(-1; 6)$, $B(3; 2)$ và $C(2; 0)$.

Câu 4: Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$; ($a; b; c \in \mathbb{R}, a \neq 0$). Biết (P) đi qua điểm $A(-1; 8)$ và có đỉnh $I(2; -1)$.

Câu 5: Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) biết hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = 2$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 6)$.

Câu 6: Xác định parabol $(P): y = 2x^2 + bx + c$, biết (P) :

- a) Có trục đối xứng $x = 1$ và cắt trục tung tại điểm $(0; 4)$;
 b) Có đỉnh $I(-1; -2)$;
 c) Đi qua hai điểm $A(0; -1)$ và $B(4; 0)$;
 d) Có hoành độ đỉnh là 2 và đi qua điểm $M(1; -2)$.

Câu 7: Xác định parabol $(P): y = ax^2 - 4x + c$, biết (P) :

- a) Đi qua hai điểm $A(1; -2)$ và $B(2; 3)$;
 b) Có đỉnh $I(-2; -1)$;
 c) Có hoành độ đỉnh là -3 và đi qua điểm $P(-2; 1)$;
 d) Có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$ và cắt trục hoành tại điểm $M(3; 0)$.

Câu 8: Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết (P) :

- a) Đi qua hai điểm $M(1; 5)$ và $N(-2; 8)$;
 b) Đi qua điểm $A(3; -4)$ và có trục đối xứng $x = -\frac{3}{4}$;
 c) Có đỉnh $I(2; -2)$;
 d) Đi qua điểm $B(-1; 6)$, đỉnh có tung độ $-\frac{1}{4}$

Câu 9: Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết (P) :

- a) Đi qua ba điểm $A(0;-1)$, $B(1;-1)$, $C(-1;1)$;
- b) Đi qua điểm $D(3;0)$ và có đỉnh là $I(1;4)$;
- c) Đi qua $A(8;0)$ và có đỉnh $I(6;12)$;
- d) Đạt GTNN bằng 4 tại $x = -2$ và đi qua $A(0;6)$;

Câu 10: Cho hàm số $y = x^2 - 2x - 3$ có đồ thị (P) .

- a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) .
- b) Dựa vào đồ thị (P) , biện luận số nghiệm của phương trình $-x^2 + 2x + 2m = 0$.
- c) Tìm m để phương trình $|x^2 - 2x - 3| = m - 1$ có 4 nghiệm phân biệt.
- d) Tìm m để phương trình $x^2 - 2|x| + 2 - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.
- e) Tìm m để phương trình $[f(x)]^2 - (m+1)|f(x)| + m = 0$ có 8 nghiệm phân biệt.

Câu 11: Tìm m để parabol $y = x^2 - 2x$ cắt đường thẳng $y = m$ tại 2 điểm phân biệt.

Câu 12: Cho parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

Câu 13: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ cắt Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB$.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = mx$ cắt đồ thị hàm số $(P): y = x^3 - 6x^2 + 9x$ tại ba điểm phân biệt.

Câu 15: Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 3$. Tìm giá trị thực của tham số m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 8$.

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1;5]$.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 17: Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số bậc hai?

- A. $y = 2x^2 + 3x - 5$
- B. $y = \frac{2x^3 + 3x - 5}{x}$
- C. $y = 2x^2 + 3x^3 - 5$
- D. $y = 3x + 2$

Câu 18: Điểm nào sau đây **không** thuộc đồ thị hàm số $y = x^2 - 2$?

- A. $P(-2;2)$.
- B. $Q(3;3)$.
- C. $N(2;2)$.
- D. $M(1;-1)$.

Câu 19: Đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $N(-2;6)$.
- B. $M(1;1)$.
- C. $P(2;3)$.
- D. $Q(-1;1)$.

Câu 20: Cho hàm số $y = -3x^2 - 4x + 3$ có đồ thị (P) . Trục đối xứng của (P) là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = \frac{2}{3}$.
- B. $x = -\frac{2}{3}$.
- C. $x = \frac{4}{3}$.
- D. $x = -\frac{4}{3}$.

Câu 21: Đỉnh của parabol $y = x^2 - 4x + 5$ có tọa độ là

- A. $(0;2)$.
- B. $(1;2)$.
- C. $(2;0)$.
- D. $(2;1)$.

Câu 22: Tìm m để parabol $(P): y = mx^2 - 2x + 3$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$.

- A. $m = 2$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 23: Hàm số nào dưới đây có đồ thị nhận đường thẳng $x = -2$ làm trục đối xứng?

- A. $y = 2x^2 - 4x + 3$. B. $y = -2x^2 - 4x + 3$. C. $y = x^2 - 4x + 3$. D. $y = -x^2 - 4x + 3$.

Câu 24: Hàm số nào có đồ thị là đường Parabol có đỉnh là $I(-1; 3)$?

- A. $y = -2x^2 - 4x - 3$. B. $y = 2x^2 - 2x - 1$. C. $y = 2x^2 + 4x + 5$. D. $y = 2x^2 + x + 2$.

Câu 25: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 5$ là

- A. $y_{\min} = 0$. B. $y_{\min} = -2$. C. $y_{\min} = 2$. D. $y_{\min} = 1$.

Câu 26: Hàm số $y = 5x^2 - 6x + 7$ đạt giá trị nhỏ nhất khi

- A. $x = \frac{26}{5}$. B. $x = \frac{3}{5}$. C. $x = -\frac{3}{5}$. D. $x = \frac{6}{5}$.

Câu 27: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^2 + 2x + 4$ bằng

- A. 5. B. -5. C. 1. D. -1.

Câu 28: Gọi M là giá trị lớn nhất, m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^2 + 4x - 2$ trên đoạn $[0; 3]$.

Tính giá trị biểu thức $M + m$.

- A. 1. B. -4. C. 0. D. -1.

Câu 29: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 5 + 4\sqrt{x^2 + 1}$.

- A. 5. B. -5. C. 1. D. -1.

Câu 30: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$, với $a > 0$. Khẳng định nào sau đây sai?

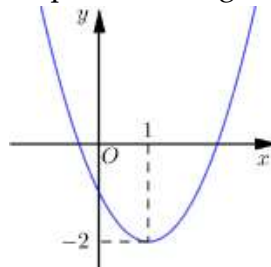
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{b}{2a}\right)$.

D. Đồ thị hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$.

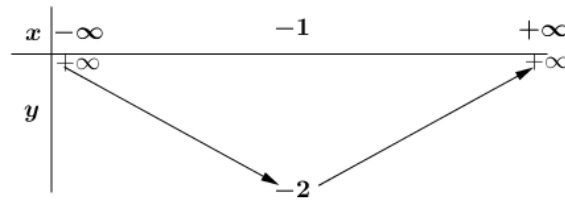
Câu 31: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol trong hình sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 32: Cho hàm số bậc hai có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. 3. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 33: Cho hàm số $y = 2x^2 - 4x + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 34: Cho hàm số $y = -x^2 - 3x + 5$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(-\frac{3}{2}; +\infty)$. C. $(-\infty; \frac{3}{2})$. D. $(-\infty; -\frac{3}{2})$.

Câu 35: Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = x^2 + 1$. B. $y = -x^2 + x$. C. $y = -x + 1$. D. $y = x + 1$.

Câu 36: Cho hàm số $y = x^2 - 2x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2018x + 2020$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f\left(\frac{1}{2^{2019}}\right) < f\left(\frac{1}{2^{2018}}\right)$. B. $f\left(\frac{1}{2^{2019}}\right) > f\left(\frac{1}{2^{2018}}\right)$.
 C. $f(2^{1009}) = f(2^{1008})$. D. $f(2^{1008}) < f(2^{1007})$.

Câu 38: Tìm tất cả giá trị tham số m để hàm số $y = x^2 + (m+1)x - m - 2$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

- A. $m > -3$. B. $m \geq -3$. C. $m \leq -3$. D. $m = -3$.

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^2 - 2(m+1)x - m - 2$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

- A. $m > 1$. B. $m \geq 1$. C. $m \leq 0$. D. $m < 0$.

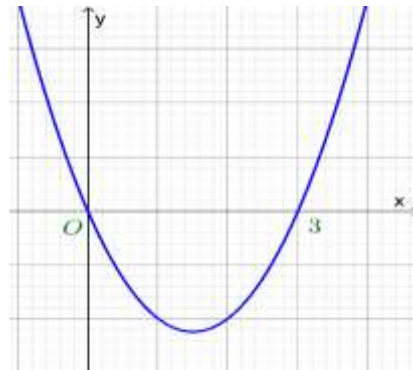
Câu 40: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x) = (m-2)x^2 - 2mx + m + 2021$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -x^2 + 2|m-1|x + 3$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$?

- A. 3. B. 6. C. 5. D. 4.

Câu 42: Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tìm tất cả các giá trị của x để $y < 0$.

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(3; +\infty)$. C. $[0; 3]$. D. $(0; 3)$.

Câu 43: Hàm số $f(x) = -x^2 + (m^2 + m + 2)x + 2m^2 + 2m + 1$. Mệnh đề nào sau đây sai?

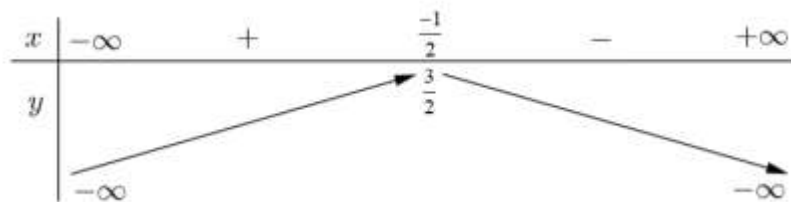
- A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 0]$ bằng $f(0)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 0]$ bằng $f(-1)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 44: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

- A. $y = -x^2 + 1$. B. $y = x^2 - 3x + 1$. C. $y = -x^2 + x + 1$. D. $y = 3x^2 + 1$.

Câu 45: Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?



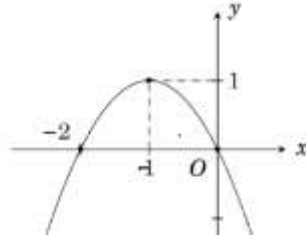
- A. $y = -x^2 - x + \frac{5}{4}$. B. $y = x^2 - x + \frac{3}{2}$. C. $y = -x^2 - x + \frac{3}{2}$. D. $y = 2x^2 - x - 1$.

Câu 46: Bảng biến thiên của hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$ là

- A.
- C.

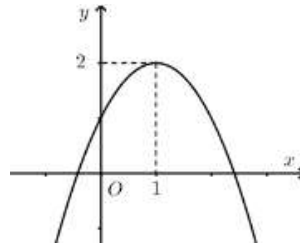
- B.
- D.

Câu 47: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số bậc hai nào?



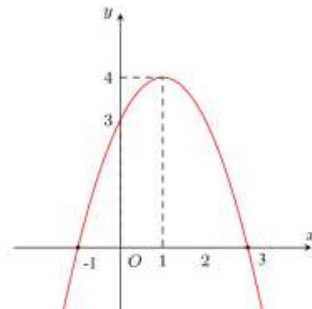
- A. $y = -x^2 + 2x$. B. $y = x^2 - 2x$. C. $y = -x^2 - 2x - 1$. D. $y = -x^2 - 2x$.

Câu 48: Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào?



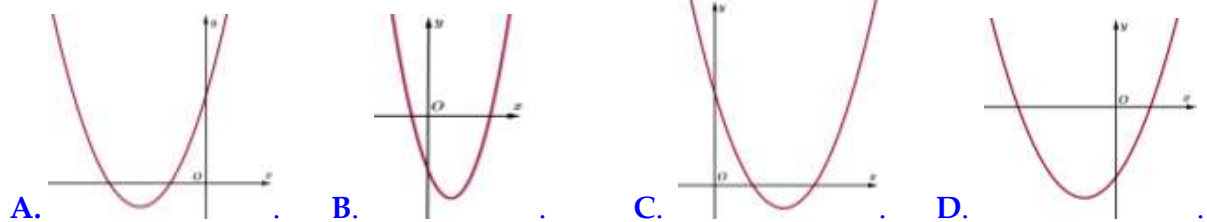
- A. $y = x^2 - 2x + 3$. B. $y = -x^2 - 2x + 1$. C. $y = -x^2 + 2x + 2$. D. $y = -x^2 + 2x + 1$.

Câu 49: Hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

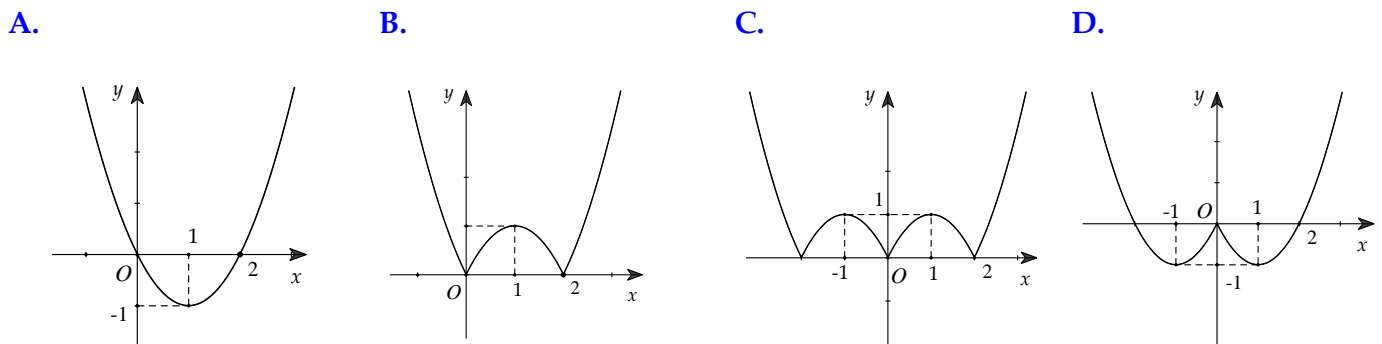


- A. $y = -x^2 - 2x + 3$. B. $y = -x^2 + 2x + 3$. C. $y = x^2 - 2x + 3$. D. $y = -x^2 - 2x - 3$.

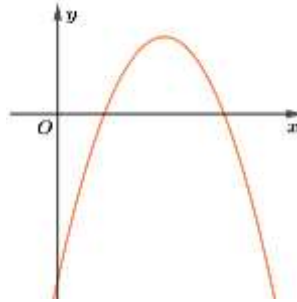
Câu 50: Hàm số $y = 4x^2 - 3x - 1$ có đồ thị là một trong bốn hình vẽ dưới đây. Đồ thị đó là đồ thị nào?



Câu 51: Đồ thị hàm số $y = |x^2 - 2x|$ thể hiện bởi hình vẽ nào dưới đây?



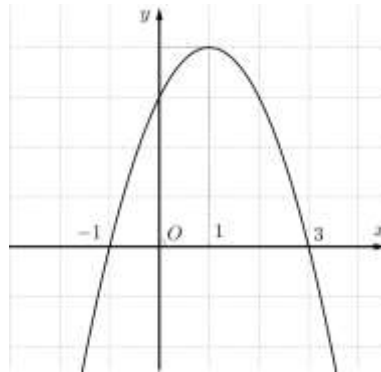
Câu 52: Cho hàm số $y = f(x) = -x^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Nhận định nào sau đây đúng về dấu hệ số b và c ?

- A. $b < 0; c > 0$. B. $b > 0; c < 0$. C. $b < 0; c < 0$. D. $b > 0; c > 0$.

Câu 53: Đồ thị hàm số: $y = ax^2 + bx + c$ như hình vẽ bên dưới:



Trong các hệ số a, b, c có bao nhiêu giá trị dương?

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 3.

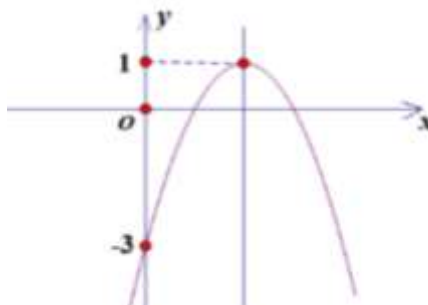
Câu 54: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai** ?

- A. $a < 0$. B. $b < 0$. C. $c > 0$. D. TXĐ $D = \mathbb{R}$.

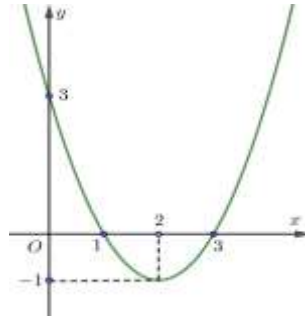
Câu 55: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b < 0, c < 0$. B. $a < 0, b > 0, c < 0$.
 C. $a < 0, b < 0, c > 0$. D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

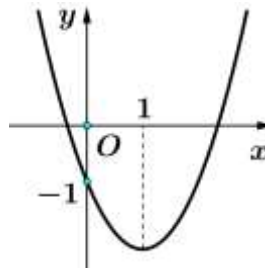
Câu 56: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tích abc bằng

- A.** -12 **B.** 12. **C.** 3. **D.** 0.

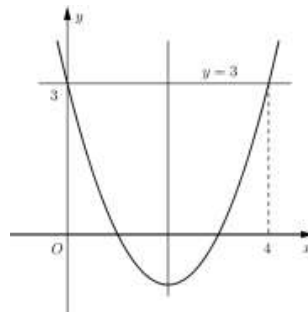
Câu 57: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới:



Giá trị của biểu thức: $T = 2a + b - c$ bằng

- A.** 1. **B.** -1. **C.** 0. **D.** -2.

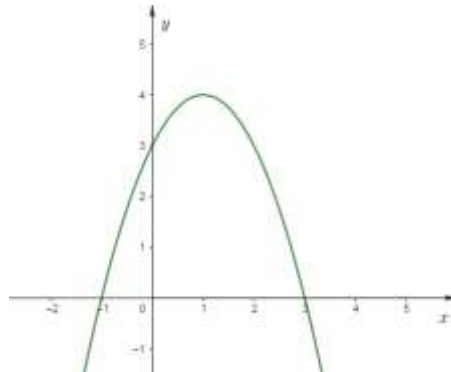
Câu 58: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Giá trị của biểu thức $T = 4a + b + 2c$ bằng

- A.** 8. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

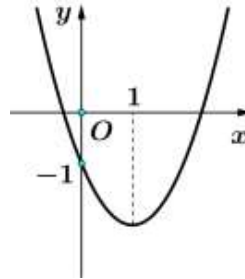
Câu 59: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $a < 0; b < 0; c > 0$. **B.** $a > 0; b < 0; c < 0$. **C.** $a > 0; b > 0; c > 0$. **D.** $a < 0; b > 0; c > 0$.

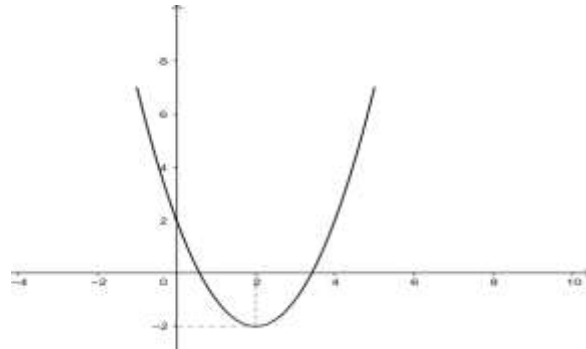
Câu 69: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới:



Số nghiệm của phương trình $f(f(x^2 - 2x + 1)) = -1$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

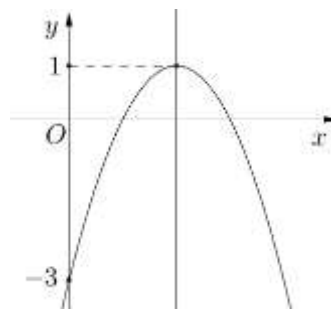
Câu 70: Cho hàm số bậc hai $f(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên dưới:



Hỏi m thuộc tập hợp nào dưới đây thì phương trình $|f(x)| = m^2 - m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

- A. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. B. $[-1; 0] \cup [1; 2]$. C. $(-1; 0) \cup (1; 2)$ D. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Câu 71: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Số giá trị nguyên của m để phương trình $|f(x^2)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 72: Cho Parabol (P): $y = x^2 - 2x - 3$. Số giá trị nguyên âm của tham số m để Parabol (P) cắt đường thẳng $d: y = x + m$ tại hai điểm phân biệt là

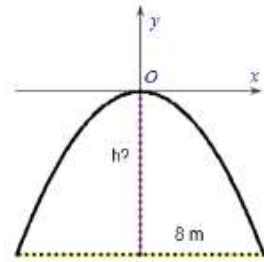
- A. 4. B. 5. C. 7. D. 6.

Câu 73: Cho đường thẳng $d: y = (2 - m)x + 5m - 1$ và parabol (P): $y = x^2 + mx + m^2 - 3$ (m là tham số). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m nhỏ hơn 5 để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt?

- A. 4. B. 5. C. 7. D. 6.

- Câu 74:** Đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x$ cắt đường thẳng $y = m^2 - 2x$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2$. Giá trị của $T = x_1 + x_2$ bằng
- A. 2. B. -2. C. -4. D. $m^2 - 4$.
- Câu 75:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của a để đường thẳng $d: y = (2a+1)x - a$ cắt parabol $(P): y = x^2 + x - 1$ tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía đối với trục tung.
- A. $(-\infty; 3)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. \emptyset .
- Câu 76:** Cho đồ thị hàm số $y = x^2 + 2mx + 2m^2 + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = -2x$ tại các điểm có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2$. Gọi M, m là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của $H = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2$. Đặt $T = M + m$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $T < 10$. B. $T \in (10, 20)$. C. $T \in (20, 30)$. D. $T \geq 30$.
- Câu 77:** Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = m - 2x$ cắt parabol $y = x^2 + 2x$ tại hai điểm phân biệt cùng có hoành độ nhỏ hơn 1.
- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.
- Câu 78:** Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho Parabol $(P): y = x^2 - 3x + m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 2OB$. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng
- A. 2. B. 3. C. -18. D. -16.
- Câu 79:** Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = m(x-1) + 2$ cắt Parabol $(P): y = x^2 + (m-2)x - 2m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 4\sqrt{2}$?
- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.
- Câu 80:** Gọi A, B là hai giao điểm của đường thẳng $\Delta: y = -x + k - 1$ và parabol $(P): y = x^2 + x$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số k để trung điểm I của đoạn thẳng AB nằm trên đường thẳng $d: y = x + 2$.
- A. $\{2; -1\}$. B. $\{-2; -1\}$. C. $\{2\}$. D. $\{1\}$.
- Câu 81:** Cho hàm số $y = x^2 - 2x - 2$ có đồ thị là parabol (P) và đường thẳng d có phương trình $y = x - m$. Giá trị của m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $OA^2 + OB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là
- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = -\frac{5}{2}$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = \frac{5}{2}$.
- Câu 82:** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - 3$ cắt parabol $(P): y = -x^2 + 2x$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho trung điểm I của đoạn thẳng AB thuộc đường thẳng $y = x - 6$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .
- A. 5. B. -1. C. 3. D. -3.
- Câu 83:** Biết Parabol $(P): y = ax^2 + 4x + c$ có đỉnh $I(-1; -6)$. Tính $S = a + c$
- A. -6. B. 6. C. 2. D. -2.
- Câu 84:** Cho hàm số $y = f(x) = x^2 + bx + c$ có đồ thị là một Parabol (P) có đỉnh $I(1; -4)$. Tính $b + c$.
- A. 12. B. -8. C. 10. D. -5.
- Câu 85:** Tìm parabol $(P): y = ax^2 + 3x - 2$, biết rằng parabol có trục đối xứng $x = -3$?

- A. $y = x^2 + 3x - 2$. B. $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 2$. C. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 3$. D. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$.
- Câu 86:** Đồ thị của hàm số $y = ax^2 - 3x + c$ đi qua hai điểm $A(2;3)$ và $B(-1;6)$. Giá trị biểu thức $T = 36a + c$ bằng
 A. 17. B. 38. C. 72. D. 73.
- Câu 87:** Cho đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + 4$ có đỉnh là điểm $I(1;-2)$. Tính $a + 3b$.
 A. 20. B. -18. C. -30. D. 25
- Câu 88:** Xác định (P): $y = ax^2 + bx + c$, biết (P) có đỉnh là $I(1;3)$ và đi qua $A(0;1)$
 A. (P): $y = -2x^2 + 3x + 1$. B. (P): $y = -2x^2 + 4x + 1$.
 C. (P): $y = -2x^2 + 4x - 1$. D. (P): $y = -2x^2 - 4x + 1$.
- Câu 89:** Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$) có hoành độ đỉnh bằng 1 và đi qua hai điểm $M(0;-1)$, $N(1;-3)$. Khi đó parabol (P) là đồ thị của hàm số nào?
 A. $y = 2x^2 - 4x - 1$. B. $y = x^2 - 4x - 1$. C. $y = 2x^2 - 4x + 1$. D. $y = -2x^2 - 4x - 1$.
- Câu 90:** Biết Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $A(8;0)$ và có đỉnh $I(6;-12)$, khi đó $a + b + c$ là:
 A. 85 B. 63. C. 36. D. 96.
- Câu 91:** Biết đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) biết đồ thị hàm số đi qua ba điểm $A(0;4)$; $B(1;3)$; $C(-1;9)$. Tính $ab + c$.
 A. -1. B. -2. C. 1. D. 2.
- Câu 92:** Xác định hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị của nó có đỉnh $I(1,-1)$ và đi qua $A(2,0)$.
 A. $y = x^2 - 3x + 2$. B. $y = x^2 - 2x$. C. $y = 2x^2 - 4x + 3$. D. $y = x^2 + 2x$.
- Câu 93:** Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1 và đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 2022x + 2$ tại một điểm trên trục Oy . Tính $S = a^2 + b^2 + c^2$.
 A. 10. B. 9. C. 50. D. 4.
- Câu 94:** Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$, biết hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất là 4 tại $x = 2$ và đồ thị của nó cắt trục tung tại điểm có tung độ là 6. Tính $2a + b + c$.
 A. 6. B. 5. C. 4. D. 2.
- Câu 95:** Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$, hệ số $a \neq 0$. Biết rằng hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 tại $x = 2$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1;0)$. Tính $T = abc$.
 A. $T = 6$. B. $T = 5$. C. $T = 4$. D. $T = -12$.
- Câu 96:** Gọi T là tổng tất cả các giá trị của tham số m để parabol (P): $y = x^2 - 5x + m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 4OB$. Tính T .
 A. $T = -\frac{64}{9}$. B. $T = \frac{64}{9}$. C. $T = 2$. D. $T = -2$.
- Câu 97:** Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ biết (P) đi qua $M(4;3)$ cắt Ox tại $N(3;0)$ và Q sao cho $\triangle INQ$ có diện tích bằng 1 biết hoành độ điểm Q nhỏ hơn 3 với I là đỉnh của (P). Tính $a + b + c$.
 A. -1. B. 1. C. 0. D. 2.

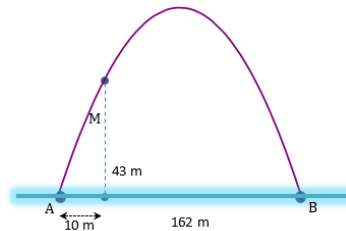


- A. $h = 9m$. B. $h = 8m$. C. $h = 7m$. D. $h = 5m$.

Câu 107: Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

- A. 80 USD. B. 160 USD. C. 40 USD. D. 240 USD.

Câu 108: Cổng $Ac-xo$ tại thành phố Xanh Lu-i (Mĩ) có hình dạng là một parabol hướng bề lõm xuống dưới (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính chiều cao của cổng $Ac-xo$ (tính từ điểm cao nhất trên cổng xuống mặt đất).



- A. 197,5 m. B. 275,6 m. C. 185,6 m. D. 348,3 m

Câu 109: Một quả bóng cầu thủ sút lên rồi rơi xuống theo quỹ đạo là parabol. Biết rằng ban đầu quả bóng được sút lên từ độ cao 1 m sau đó 1 giây nó đạt độ cao 10 m và 3,5 giây nó ở độ cao 6,25 m. Hỏi độ cao cao nhất mà quả bóng đạt được là bao nhiêu mét?

- A. 11 m . B. 12 m . C. 13 m . D. 14 m .

Câu 110: Một chiếc cổng hình parabol có chiều rộng 12 m và chiều cao 8 m như hình vẽ. Giả sử một chiếc xe tải có chiều ngang 6 m đi vào vị trí chính giữa cổng . Hỏi chiều cao h của xe tải thỏa mãn điều kiện gì để có thể đi vào cổng mà không chạm tường?

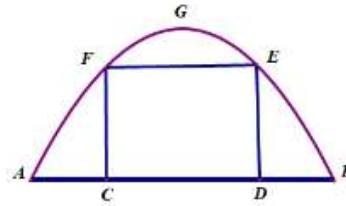


- A. $0 < h < 6$. B. $0 < h \leq 6$. C. $0 < h < 7$. D. $0 < h \leq 7$.

Câu 111: Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi bằng 16, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

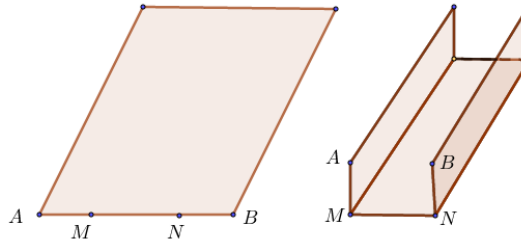
- A. 64. B. 4. C. 16. D. 8.

Câu 112: Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là 4m còn kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B. (xem hình vẽ bên dưới)



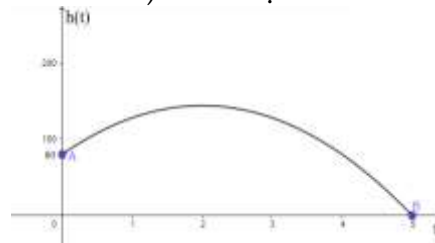
- A. 5m. B. 8,5m. C. 7,5m. D. 8m.

Câu 113: Một tấm tôn có bề rộng AB là 100cm . Người ta chọn 2 điểm M và N trên đoạn AB sao cho có thể làm được một máng nước như hình vẽ. ($AMNB$ là hình chữ nhật). Tính MN để máng nước có diện tích $AMNB$ lớn nhất.



- A. $MN = 50\text{cm}$. B. $MN = 60\text{cm}$. C. $MN = 45\text{cm}$. D. $MN = 55\text{cm}$.

Câu 114: Một người ném một quả bóng từ độ cao cách mặt đất 80m , tại thời điểm 1 giây sau khi ném, người ta đo được độ cao của quả bóng so với mặt đất là 128m . Biết rằng quỹ đạo bay của quả bóng là một đường Parabol (như hình vẽ). Tính độ cao tối đa mà quả bóng đạt được.

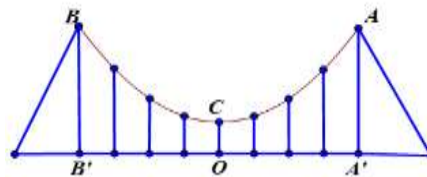


- A. 143m . B. 144m . C. $144,5\text{m}$. D. 145m .

Câu 115: Cô Tình có 60m lưới muốn rào một mảng vườn hình chữ nhật để trồng rau, biết rằng một cạnh là tường, cô Tình chỉ cần rào 3 cạnh còn lại của hình chữ nhật để làm vườn. Em hãy tính hệ diện tích lớn nhất mà cô Tình có thể rào được?

- A. 400m^2 . B. 450m^2 . C. 350m^2 . D. 425m^2 .

Câu 116: Dây truyền đỡ nền cầu treo có dạng Parabol ACB như hình vẽ. Đầu cuối của dây được gắn chặt vào điểm A và B trên trụ cốt thép bê tông AA' và BB' với độ cao $30(\text{m})$ so với nền cầu.



Chiều dài nhịp $A'B' = 200(\text{m})$. Độ cao ngắn nhất của dây truyền trên nền cầu là $OC = 5(\text{m})$. Người ta nối dây đỡ với nền bằng 7 sợi cáp song song cách đều hai trụ AA' và BB' . Xác định tổng các chiều dài 7 các dây cáp treo đó.

- A. $78,15(\text{m})$. B. $78,75(\text{m})$. C. $72,75(\text{m})$. D. $80,70(\text{m})$.

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 03 tháng 01 năm 2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số sau:

- a) $y = x^2 - 3x + 2$; b) $y = -2x^2 + 5x - 2$; c) $y = -x^2 + 2x - 1$;
 d) $y = -2x^2 - x + 3$; e) $y = x^2 + 2$; f) $y = x^2 + 2x + 1$.

Câu 2: Xác định hàm số bậc hai $y = 2x^2 + bx + c$, biết đồ thị của nó:

- a) Có trục đối xứng là $x = 1$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 4.
 b) Có đỉnh là $I(-1; -2)$.
 c) Có hoành độ đỉnh là 2 và đi qua điểm $A(1; -2)$.

Lời giải:

a) Trục đối xứng $x = 1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-b}{4} \Leftrightarrow b = -4$.

Theo giả thiết, (P) cắt trục tung tại $(0; 4) \Leftrightarrow 4 = y(0) = c$.

Vậy $y = 2x^2 - 4x + 4$.

b) Đỉnh của (P) là $I(-1; -2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-b}{2a} = \frac{-b}{4} = -1 \Leftrightarrow b = 4 \\ y = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{16 - 8c}{8} = -2 \Leftrightarrow c = 0 \end{cases}$

Vậy $y = 2x^2 - 4x$.

c) Hoành độ đỉnh: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-b}{4} = 2 \Leftrightarrow b = -8$.

Đồ thị qua điểm $A(1; -2) \Leftrightarrow -2 = y(1) = -6 + c \Leftrightarrow c = 4$.

Vậy $y = 2x^2 - 8x + 4$.

Câu 3: Xác định parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$; ($a; b; c \in \mathbb{R}, a \neq 0$). Biết (P) đi qua các điểm $A(-1; 6)$, $B(3; 2)$ và $C(2; 0)$.

Lời giải:

Do $A(-1; 6) \in (P)$, $B(3; 2) \in (P)$, $C(2; 0) \in (P)$ nên ta có hệ:
$$\begin{cases} a - b + c = 6 \\ 9a + 3b + c = 2 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 2 \end{cases}$$

Vậy (P): $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 4: Xác định parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$; ($a; b; c \in \mathbb{R}, a \neq 0$). Biết (P) đi qua điểm $A(-1; 8)$ và có đỉnh $I(2; -1)$.

Lời giải:

Trục đối xứng của (P) là $\Delta: x = -\frac{b}{2a}$.

Do $I(2; -1)$ là đỉnh của (P) và $A(-1; 8) \in (P)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} I \in (P) \\ I \in \Delta \\ A \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = -1 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ a - b + c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = -1 \\ 4a + b = 0 \\ a - b + c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases}$$

Vậy $(P): y = x^2 - 4x + 3$.

Câu 5: Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) biết hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = 2$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 6)$.

Lời giải:

Hàm số đạt cực tiểu bằng 4 tại $x = 2$ nên $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 4 \end{cases}$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 6)$ nên ta có $c = 6$.

$$\text{Từ đó ta có hệ } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 4 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ b^2 - 4ac = -16a \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 16a^2 - 8a = 0 \\ c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \\ c = 6 \end{cases}$$

Vậy $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$.

Câu 6: Xác định parabol $(P): y = 2x^2 + bx + c$, biết (P) :

a) Có trục đối xứng $x = 1$ và cắt trục tung tại điểm $(0; 4)$;

Đáp số: $b = -4, c = 4$

b) Có đỉnh $I(-1; -2)$;

Đáp số: $b = 4, c = 0$

c) Đi qua hai điểm $A(0; -1)$ và $B(4; 0)$;

Đáp số: $b = -31/4, c = -1$

d) Có hoành độ đỉnh là 2 và đi qua điểm $M(1; -2)$.

Đáp số: $b = -8, c = 4$

Câu 7: Xác định parabol $(P): y = ax^2 - 4x + c$, biết (P) :

a) Đi qua hai điểm $A(1; -2)$ và $B(2; 3)$;

Đáp số: $a = 3, c = -1$

b) Có đỉnh $I(-2; -1)$;

Đáp số: $a = -1, c = -5$

c) Có hoành độ đỉnh là -3 và đi qua điểm $P(-2; 1)$;

Đáp số: $a = -2/3, c = -13/3$

d) Có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$ và cắt trục hoành tại điểm $M(3;0)$.

Đáp số: $a=1, c=3$

Câu 8: Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết (P) :

a) Đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$;

Đáp số: $a=2, b=1$

b) Đi qua điểm $A(3;-4)$ và có trục đối xứng $x = -\frac{3}{4}$;

Đáp số: $a=-\frac{4}{9}, b=-\frac{2}{3}$

c) Có đỉnh $I(2;-2)$;

Đáp số: $a=1, b=4$

d) Đi qua điểm $B(-1;6)$, đỉnh có tung độ $-\frac{1}{4}$

Đáp số: $a=16, b=12$ hoặc $a=1, b=-3$

Câu 9: Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết (P) :

a) Đi qua ba điểm $A(0;-1), B(1;-1), C(-1;1)$;

Đáp số: $a=1, b=-1, c=-1$

b) Đi qua điểm $D(3;0)$ và có đỉnh là $I(1;4)$;

Đáp số: $a=-1, b=2, c=3$

c) Đi qua $A(8;0)$ và có đỉnh $I(6;12)$;

Đáp số: $a=-3, b=36, c=-96$

d) Đạt GTNN bằng 4 tại $x = -2$ và đi qua $A(0;6)$;

Đáp số: $a=1/2, b=2, c=6$

Câu 10: Cho hàm số $y = x^2 - 2x - 3$ có đồ thị (P) .

a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) .

b) Dựa vào đồ thị (P) , biện luận số nghiệm của phương trình $-x^2 + 2x + 2m = 0$.

c) Tìm m để phương trình $|x^2 - 2x - 3| = m - 1$ có 4 nghiệm phân biệt.

d) Tìm m để phương trình $x^2 - 2|x| + 2 - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

e) Tìm m để phương trình $[f(x)]^2 - (m+1)|f(x)| + m = 0$ có 8 nghiệm phân biệt.

Lời giải:

a) TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

+) Trục đối xứng của (P) : $x = 1$.

+) Đỉnh của (P) : $I(1;-4)$.

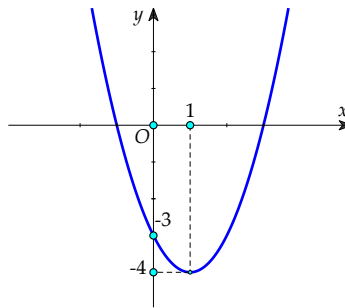
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$		$+\infty$

	-4
--	----

Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$; nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

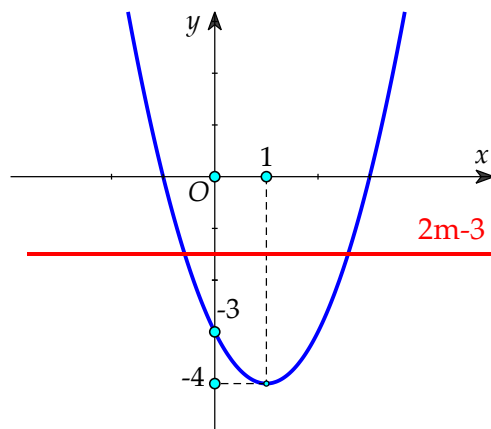
Vẽ đồ thị:



b) Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $-x^2 + 2x + 2m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 2m - 3$

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của (P) và đường thẳng $d: y = 2m - 3$.



Biện luận:

+) Với $2m - 3 < -4 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$: d và (P) không có điểm chung \Leftrightarrow Phương trình vô nghiệm.

+) Với $2m - 3 = -4 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$: d và (P) có một điểm chung \Leftrightarrow Phương trình có duy nhất nghiệm.

+) Với $2m - 3 > -4 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$: d và (P) có hai điểm chung \Leftrightarrow Phương trình có hai nghiệm.

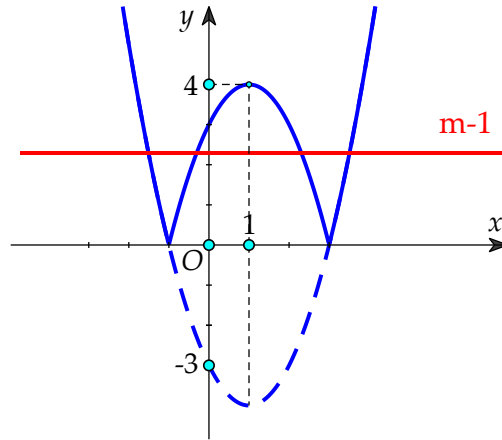
c) Đặt $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

Ta có: $|x^2 - 2x - 3| = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } y \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } y < 0 \end{cases}$

Cách vẽ đồ thị (P') : $y = |f(x)|$ suy ra từ (P) : $y = f(x)$:

+) Giữ nguyên phần đồ thị (P) phía trên Ox , bỏ phần đồ thị (P) phía dưới Ox .

+) Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ của (P) qua trục Ox .



Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của (P') và đường thẳng $d: y = m - 1$.

Dựa vào đồ thị, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 0 < m - 1 < 4 \Leftrightarrow 1 < m < 5$.

d) Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $x^2 - 2|x| + 2 - m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2|x| - 3 = m - 5$

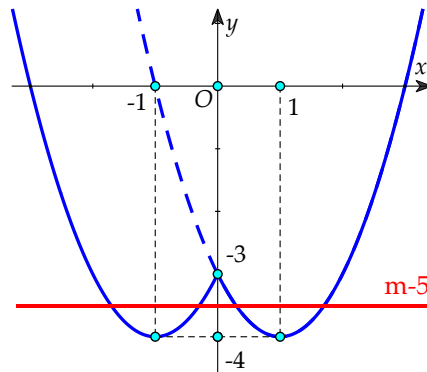
Đặt $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

Ta có: $x^2 - 2|x| - 3 = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$.

Cách vẽ đồ thị (P') : $y = f(|x|)$ suy ra từ (P) : $y = f(x)$:

+) Giữ nguyên phần đồ thị (P) phía bên phải Oy , bỏ phần đồ thị (P) phía bên trái Oy .

+) Lấy đối xứng phần đồ thị được giữ của (P) qua trục Oy .



Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của (P') và đường thẳng $d: y = m - 5$.

Dựa vào đồ thị, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -4 < m - 5 < -3 \Leftrightarrow 1 < m < 2$.

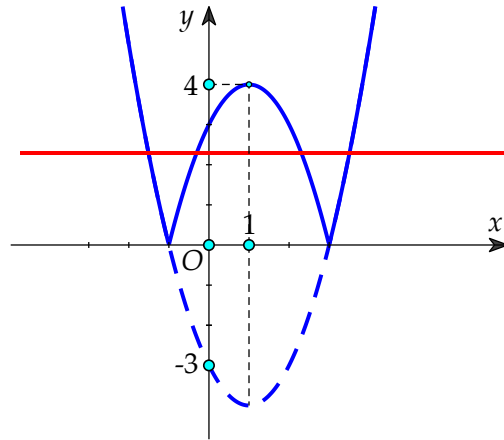
e) Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$.

Đánh giá: Phương trình $[f(x)]^2 - (m+1)|f(x)| + m = 0$ có dạng $t^2 - (m+1)t + m = 0$ với $t = |f(x)|$.

Cách vẽ đồ thị (P') : $y = |f(x)|$ suy ra từ (P) : $y = f(x)$:

+) Giữ nguyên phần đồ thị (P) phía trên Ox , bỏ phần đồ thị (P) phía dưới Ox .

+) Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ của (P) qua trục Ox .



Ta có: $[f(x)]^2 - (m+1)|f(x)| + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |f(x)| = 1 \\ |f(x)| = m \end{cases}$

Dựa vào đồ thị $f(x) = 1$ có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình đã cho có 8 nghiệm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình $f(x) = 1$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 4 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Câu 11: Tìm m để parabol $y = x^2 - 2x$ cắt đường thẳng $y = m$ tại 2 điểm phân biệt.

Lời giải:

Ta có $x^2 - 2x = m \Leftrightarrow x^2 - 2x - m = 0$ (1).

Yêu cầu bài toán \Leftrightarrow (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 1 + m > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Câu 12: Cho parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là

$$x^2 - 2x + m - 1 = 0. \quad (1)$$

Để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương khi và chỉ khi (1) có hai

nghiệm dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 2 - m > 0 \\ S = 2 > 0 \\ P = m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 2$.

Câu 13: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ cắt Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 4x + m = 0$. (1)

Để (P) cắt Ox tại hai điểm phân biệt A, B thì (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta = 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4$ (*)

Theo giả thiết $OA = 3OB \longrightarrow |x_A| = 3|x_B| \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 3x_B \\ x_A = -3x_B \end{cases}$.

+) TH1: $x_A = 3x_B \xrightarrow{\text{Viet}} \begin{cases} x_A = 3x_B \\ x_A + x_B = 4 \\ x_A \cdot x_B = m \end{cases} \longrightarrow m = x_A \cdot x_B = 3$.

+) TH2: $x_A = -3x_B \xrightarrow{\text{Viet}} \begin{cases} x_A = -3x_B \\ x_A + x_B = 4 \\ x_A \cdot x_B = m \end{cases} \longrightarrow m = x_A \cdot x_B = 12 : \text{không thỏa mãn } (*)$.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = mx$ cắt đồ thị hàm số $(P): y = x^3 - 6x^2 + 9x$ tại ba điểm phân biệt.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với d là $x^3 - 6x^2 + 9x = mx$

$$\Leftrightarrow x(x^2 - 6x + 9 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 6x + 9 - m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Để (P) cắt d tại ba điểm phân biệt khi và chỉ (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 0^2 - 6 \cdot 0 + 9 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 9 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq 9 \end{cases}$$

Câu 15: Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 3$. Tìm giá trị thực của tham số m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 8$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $x^2 - 4x + 3 = mx + 3$

$$\Leftrightarrow x(x - (m + 4)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m + 4 \end{cases}$$

Để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi $4 + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -4$.

Khi đó, ta có $x_1^3 + x_2^3 = 8 \Leftrightarrow 0 + (4 + m)^3 = 8 \Leftrightarrow 4 + m = 2 \Leftrightarrow m = -2$.

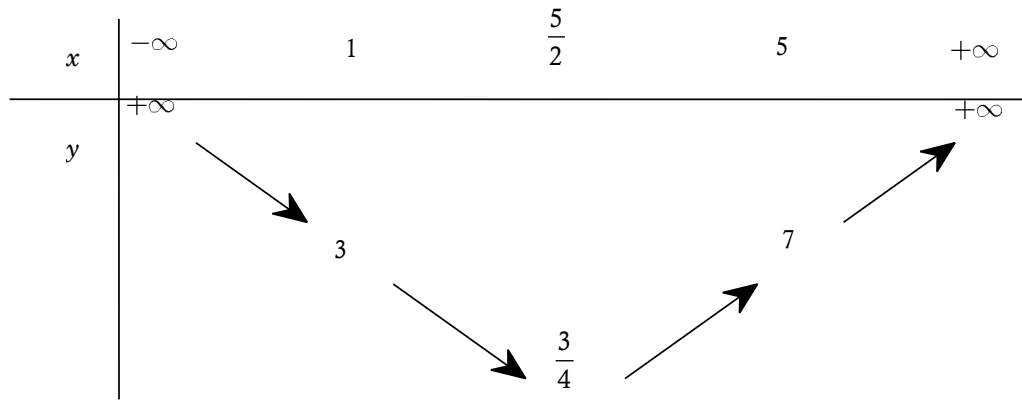
Câu 16: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 5]$.

Lời giải:

Ta có $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 7 = -2m$. (*)

Phương trình (*) là phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P): x^2 - 5x + 7$ và đường thẳng $y = -2m$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 - 5x + 7$ trên $[1; 5]$ như sau:



Dựa vào bảng biến ta thấy $x \in [1;5]$ thì $y \in \left[\frac{3}{4};7\right]$.

Do đó để phương trình (*) có nghiệm $x \in [1;5] \Leftrightarrow \frac{3}{4} \leq -2m \leq 7 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \geq m \geq -\frac{7}{2}$.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 17: Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số bậc hai?

- A.** $y = 2x^2 + 3x - 5$ **B.** $y = \frac{2x^3 + 3x - 5}{x}$ **C.** $y = 2x^2 + 3x^3 - 5$ **D.** $y = 3x + 2$.

Câu 18: Điểm nào sau đây **không** thuộc đồ thị hàm số $y = x^2 - 2$?

- A.** $P(-2;2)$. **B.** $Q(3;3)$. **C.** $N(2;2)$. **D.** $M(1;-1)$.

Lời giải:

Với $x = 2 \Rightarrow 2^2 - 2 = 2 = y \Rightarrow N(2;2)$ thuộc đồ thị hàm số.

Câu 19: Đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $N(-2;6)$. **B.** $M(1;1)$. **C.** $P(2;3)$. **D.** $Q(-1;1)$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ đi qua điểm $N(-2;6)$.

Câu 20: Cho hàm số $y = -3x^2 - 4x + 3$ có đồ thị (P). Trục đối xứng của (P) là đường thẳng có phương trình:

- A.** $x = \frac{2}{3}$. **B.** $x = -\frac{2}{3}$. **C.** $x = \frac{4}{3}$. **D.** $x = -\frac{4}{3}$

Lời giải:

Trục đối xứng của (P) là $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$.

Câu 21: Đỉnh của parabol $y = x^2 - 4x + 5$ có tọa độ là

- A.** $(0;2)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(2;1)$.

Lời giải:

Đỉnh của parabol $y = x^2 - 4x + 5$ có tọa độ là $(2;1)$.

Câu 22: Tìm m để parabol (P): $y = mx^2 - 2x + 3$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$.

- A.** $m = 2$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải:

Vì (P) là Parabol nên $m \neq 0$. Khi đó Parabol (P) có trục đối xứng $x = -\frac{-2}{2m} \Leftrightarrow x = \frac{1}{m}$

Theo bài ra trục đối xứng $x = 2$ nên $\frac{1}{m} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Câu 23: Hàm số nào dưới đây có đồ thị nhận đường thẳng $x = -2$ làm trục đối xứng?

- A. $y = 2x^2 - 4x + 3$. B. $y = -2x^2 - 4x + 3$. C. $y = x^2 - 4x + 3$. **D. $y = -x^2 - 4x + 3$.**

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ nhận đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$ làm trục đối xứng.

Đồ thị hàm số $y = 2x^2 - 4x + 3$ nhận đường thẳng $x = 1$ làm trục đối xứng.

Đồ thị hàm số $y = -2x^2 - 4x + 3$ nhận đường thẳng $x = -1$ làm trục đối xứng.

Đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ nhận đường thẳng $x = 2$ làm trục đối xứng.

Đồ thị hàm số $y = -x^2 - 4x + 3$ nhận đường $x = -2$ làm trục đối xứng.

Câu 24: Hàm số nào có đồ thị là đường Parabol có đỉnh là $I(-1;3)$?

- A. $y = -2x^2 - 4x - 3$. B. $y = 2x^2 - 2x - 1$. **C. $y = 2x^2 + 4x + 5$.** D. $y = 2x^2 + x + 2$.

Câu 25: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 5$ là

- A. $y_{\min} = 0$. B. $y_{\min} = -2$. C. $y_{\min} = 2$. **D. $y_{\min} = 1$.**

Lời giải:

Hàm số $y = x^2 - 4x + 5$ có $a = 1 > 0$, do đó hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \frac{-b}{2a} = 2$ và

$$y_{\min} = y(2) = 1.$$

Câu 26: Hàm số $y = 5x^2 - 6x + 7$ đạt giá trị nhỏ nhất khi

- A. $x = \frac{26}{5}$. **B. $x = \frac{3}{5}$.** C. $x = -\frac{3}{5}$. D. $x = \frac{6}{5}$.

Lời giải:

Hàm số $y = 5x^2 - 6x + 7$ có $a = 5 > 0$ nên đạt giá trị nhỏ nhất tại hoành độ đỉnh của (P) .

Câu 27: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^2 + 2x + 4$ bằng

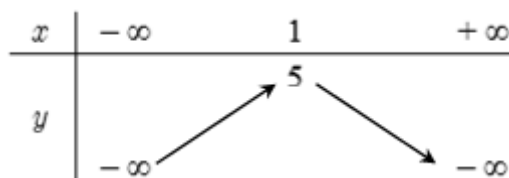
- A. 5.** B. -5. C. 1. D. -1.

Lời giải:

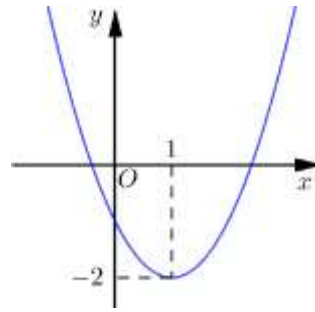
Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Tọa độ đỉnh: $I(1;5)$.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^2 + 2x + 4$ bằng 5.



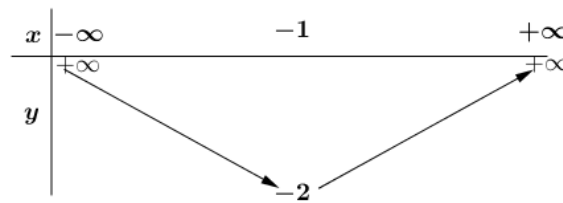
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị, ta có hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 32: Cho hàm số bậc hai có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. 3. D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$.

Câu 33: Cho hàm số $y = 2x^2 - 4x + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Lời giải:

Theo định lý về chiều biến thiên của hàm số bậc hai ta có hàm số $y = 2x^2 - 4x + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 34: Cho hàm số $y = -x^2 - 3x + 5$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 3)$. B. $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải:

Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$. Suy ra hàm số $y = -x^2 - 3x + 5$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 35: Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = x^2 + 1$. B. $y = -x^2 + x$. C. $y = -x + 1$. D. $y = x + 1$.

Lời giải:

Hàm số $y = x + 1$ đồng biến trên \mathbb{R} vì $a = 1 > 0$.

Câu 36: Cho hàm số $y = x^2 - 2x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- B.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- C.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải:

Với $a > 0$ thì hàm số $y = ax^2 + bx + c$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

Hàm số $y = x^2 - 2x$ có $a = 1 > 0, -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1$ nên hàm số $y = x^2 - 2x$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2018x + 2020$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $f\left(\frac{1}{2^{2019}}\right) < f\left(\frac{1}{2^{2018}}\right)$.
- B.** $f\left(\frac{1}{2^{2019}}\right) > f\left(\frac{1}{2^{2018}}\right)$.
- C.** $f(2^{1009}) = f(2^{1008})$.
- D.** $f(2^{1008}) < f(2^{1007})$.

Lời giải:

Hàm số $f(x) = x^2 - 2018x + 2020$ có hoành độ đỉnh là 1009 và hệ số $a = 1 > 0$ nên đồng biến trên khoảng $(1009; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1009)$.

Vì $2^{2019} > 2^{2018} \Rightarrow \frac{1}{2^{2019}} < \frac{1}{2^{2018}} < 1009 \Rightarrow f\left(\frac{1}{2^{2019}}\right) > f\left(\frac{1}{2^{2018}}\right)$.

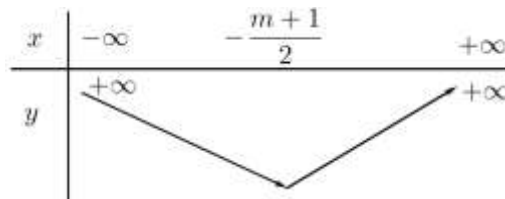
Câu 38: Tìm tất cả giá trị tham số m để hàm số $y = x^2 + (m+1)x - m - 2$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

- A.** $m > -3$.
- B.** $m \geq -3$.
- C.** $m \leq -3$.
- D.** $m = -3$.

Lời giải:

Hàm số đã cho xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ khi

$$-\frac{m+1}{2} \leq 1 \Leftrightarrow m \geq -3.$$

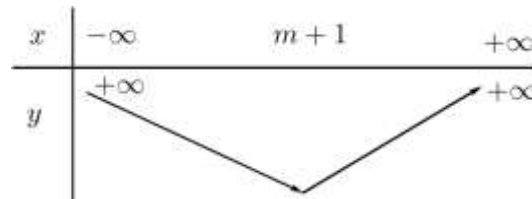
Câu 39: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^2 - 2(m+1)x - m - 2$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

- A.** $m > 1$.
- B.** $m \geq 1$.
- C.** $m \leq 0$.
- D.** $m < 0$.

Lời giải:

Hàm số đã cho xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$ khi

$$m + 1 \geq 2 \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Câu 40: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x) = (m - 2)x^2 - 2mx + m + 2021$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

+ Trường hợp $m = 2 \Rightarrow y = -4x + 2021$, nghịch biến trên $(-\infty; 3)$. Tức $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+ Trường hợp $m \neq 2$: Dựa vào sự biến thiên hàm bậc hai ta thấy $f(x)$ nghịch biến trên

$$\text{khoảng } (-\infty; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 > 0 \\ \frac{m}{m - 2} \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

Từ các trường hợp trên, suy ra: $2 \leq m \leq 3$ mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 3 \end{cases}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -x^2 + 2|m - 1|x + 3$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$?

A. 3.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Lời giải:

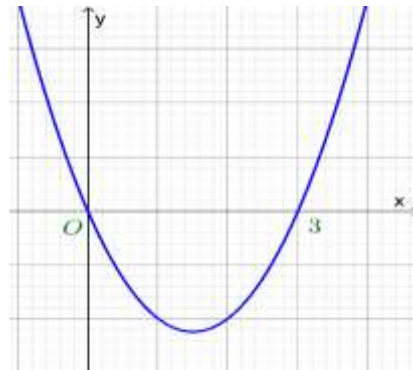
Ta có trục đối xứng là đường thẳng $x = |m - 1|$.

Hàm số bậc hai nghịch biến trên $(|m - 1|; +\infty)$.

Để hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$ thì $(2; +\infty) \subset (|m - 1|; +\infty) \Leftrightarrow |m - 1| \leq 2 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$

Suy ra $m \in \{-1; 0; 1; 2; 3\}$.

Câu 42: Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tìm tất cả các giá trị của x để $y < 0$.

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(3; +\infty)$. C. $[0; 3]$. **D. $(0; 3)$.**

Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta có

$$y > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty).$$

$$y < 0 \Leftrightarrow x \in (0; 3).$$

Câu 43: Hàm số $f(x) = -x^2 + (m^2 + m + 2)x + 2m^2 + 2m + 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 0]$ bằng $f(0)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 0]$ bằng $f(-1)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } -\frac{b}{2a} = \frac{m^2 + m + 2}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$$

Và $a < 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{m^2 + m + 2}{2}\right)$ nghịch biến trên khoảng

$$\left(\frac{m^2 + m + 2}{2}; +\infty\right) \subset (0; +\infty).$$

Câu 44: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

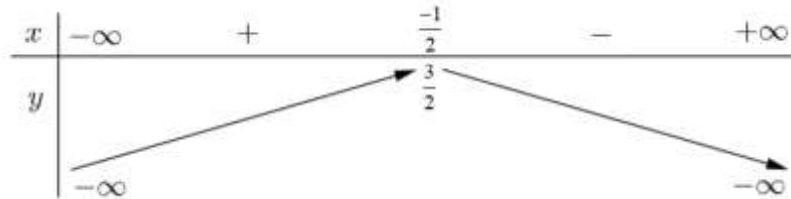
- A. $y = -x^2 + 1$.** B. $y = x^2 - 3x + 1$. C. $y = -x^2 + x + 1$. D. $y = 3x^2 + 1$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta suy ra đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a < 0$ và tọa độ đỉnh $I(0; 1)$.

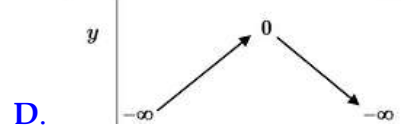
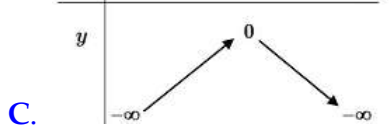
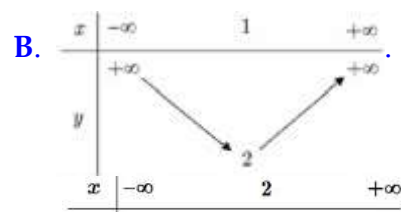
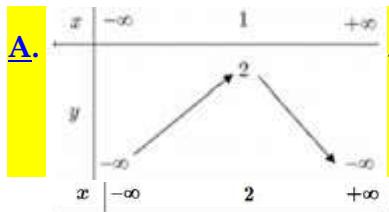
Suy ra $\begin{cases} a < 0 \\ -\frac{b}{2a} = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b = 0 \\ c = 1 \end{cases}$. Chọn đáp án $y = -x^2 + 1$.

Câu 45: Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?



- A.** $y = -x^2 - x + \frac{5}{4}$. **B.** $y = x^2 - x + \frac{3}{2}$. **C.** $y = -x^2 - x + \frac{3}{2}$. **D.** $y = 2x^2 - x - 1$.

Câu 46: Bảng biến thiên của hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$ là

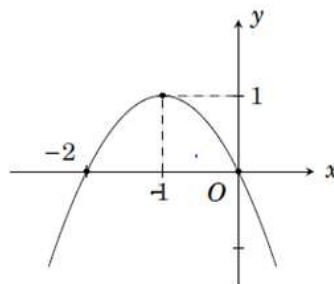


Lời giải:

Ta có: $y = -x^2 + 2x + 1$ nên đỉnh của Parabol là $I(1; 2)$.

Do $a = -1 < 0$ nên Parabol có bề lõm xuống dưới.

Câu 47: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số bậc hai nào?



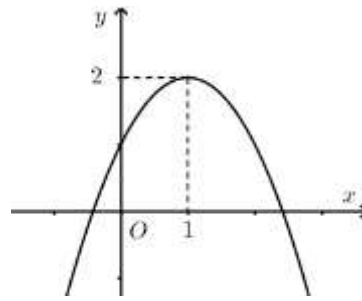
- A.** $y = -x^2 + 2x$. **B.** $y = x^2 - 2x$. **C.** $y = -x^2 - 2x - 1$. **D.** $y = -x^2 - 2x$.

Lời giải:

Từ đồ thị ta có hệ số $a < 0$; hoành độ đỉnh bằng -1; tung độ đỉnh bằng 1.

Nên hàm số là $y = -x^2 - 2x$.

Câu 48: Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = x^2 - 2x + 3$. B. $y = -x^2 - 2x + 1$. C. $y = -x^2 + 2x + 2$. **D. $y = -x^2 + 2x + 1$.**

Lời giải:

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc hai, giả sử $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$

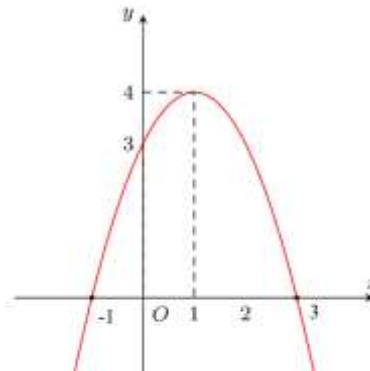
Vì bề lõm của parabol hướng xuống nên $a < 0$.

Dựa vào các đáp án, ta có $a = -1$.

Đỉnh của parabol là $(1; 2)$ nên $\frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow b = -2a = 2$

$y(1) = 2 \Rightarrow -1 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 + c = 2 \Leftrightarrow c = 1$. Vậy $y = -x^2 + 2x + 1$.

Câu 49: Hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = -x^2 - 2x + 3$. **B. $y = -x^2 + 2x + 3$.** C. $y = x^2 - 2x + 3$. D. $y = -x^2 - 2x - 3$.

Lời giải:

Dựa vào hình bên ta có

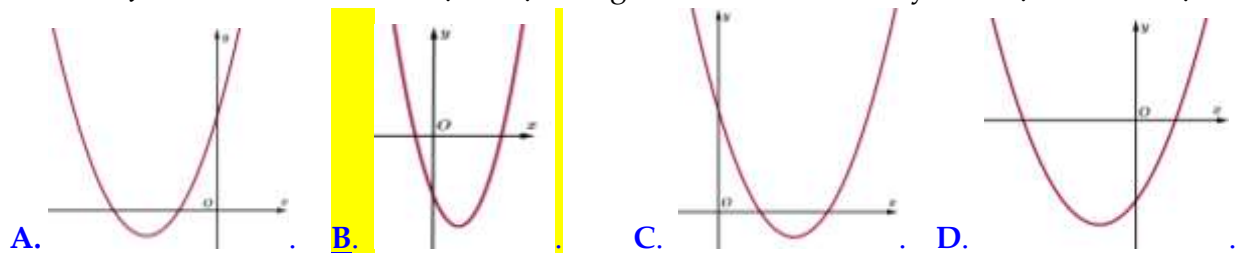
+ Tọa độ đỉnh $I(1; 4)$.

+) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 3$.

+) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -1$ và $x = 3$.

Do đó hình bên là đồ thị hàm số của hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$.

Câu 50: Hàm số $y = 4x^2 - 3x - 1$ có đồ thị là một trong bốn hình vẽ dưới đây. Đồ thị đó là đồ thị nào?



Lời giải:

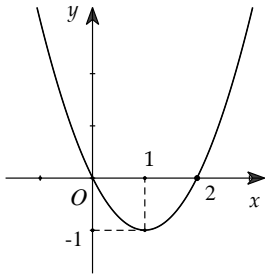
Từ hàm số $y = 4x^2 - 3x - 1$ ta có hệ số $c = -1 \Rightarrow$ tọa độ giao điểm với trục Oy tại $(0; -1)$.

Nên ta loại A, C và B, D thỏa mãn.

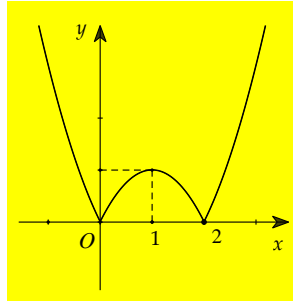
Hoành độ đỉnh của Parabol là $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{8} > 0 \Rightarrow$ loại D và B thỏa mãn.

Câu 51: Đồ thị hàm số $y = |x^2 - 2x|$ thể hiện bởi hình vẽ nào dưới đây?

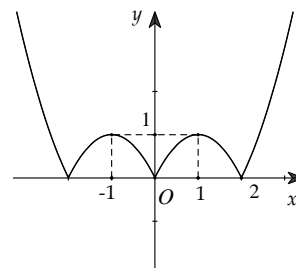
A.



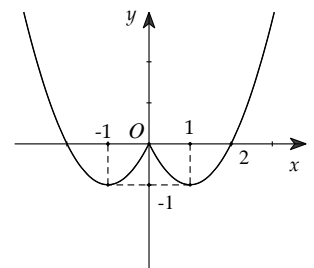
B.



C.



D.



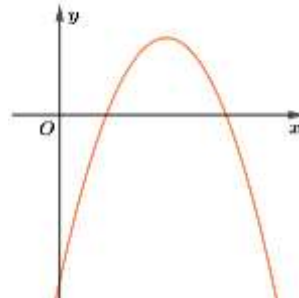
Lời giải:

Cách 1: Vẽ $(P): y = x^2 - 2x \Rightarrow y = |x^2 - 2x|$ bằng cách giữ phần đồ thị của (P) phía trên trục Ox và lấy đối xứng phần (P) phía dưới trục Ox qua trục Ox .

Kiểm tra đỉnh parabol $(2;2)$ ta thấy đồ thị ở đáp án D là phù hợp.

Cách 2: Kiểm tra điểm $(1;1)$ thuộc đồ thị và xác định giao điểm với Ox , ta thấy đồ thị ở đáp án B là phù hợp.

Câu 52: Cho hàm số $y = f(x) = -x^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Nhận định nào sau đây đúng về dấu hệ số b và c ?

A. $b < 0; c > 0$.

B. $b > 0; c < 0$.

C. $b < 0; c < 0$.

D. $b > 0; c > 0$.

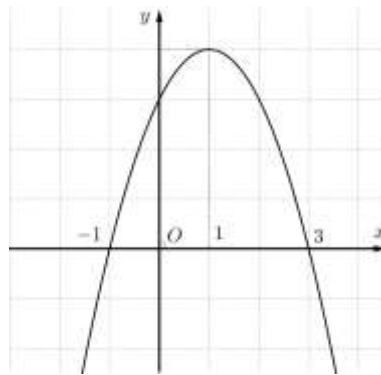
Lời giải:

Bề lõm của đồ thị hướng xuống nên $a < 0$.

Hoành độ đỉnh của đồ thị có giá trị dương nên $\frac{-b}{2a} > 0 \Leftrightarrow -b < 0 \Leftrightarrow b > 0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm mà tung độ mang giá trị âm nên $c < 0$.

Câu 53: Đồ thị hàm số: $y = ax^2 + bx + c$ như hình vẽ bên dưới:



Trong các hệ số a, b, c có bao nhiêu giá trị dương?

- A. 1 B. 0 **C. 2.** D. 3.

Lời giải:

Từ đồ thị hàm số ta có $a < 0$, hoành độ đỉnh của đồ thị hàm số là:

$$x = -\frac{b}{2a} = 1 > 0, a < 0 \Rightarrow b > 0.$$

Giao điểm với trục tung có tung độ bằng 3 $\Rightarrow c = 3 > 0$.

Vậy các giá trị dương là b, c .

Câu 54: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai** ?

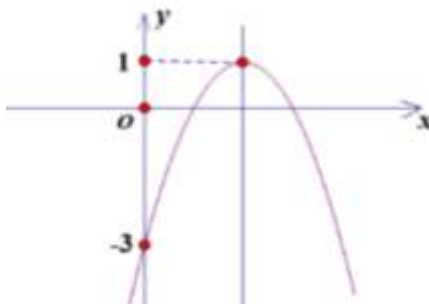
- A. $a < 0$. **B. $b < 0$.** C. $c > 0$. D. TXĐ $D = \mathbb{R}$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên của hàm số ta có $a < 0, c = 1$ và hàm số luôn xác định trên \mathbb{R} , đồng thời

hoành độ đỉnh parabol là $x = -\frac{b}{2a} = 0$ nên $b = 0$.

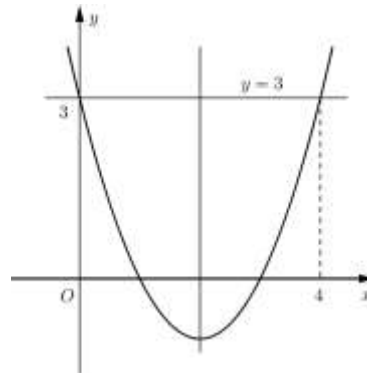
Câu 55: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b < 0, c < 0$. **B. $a < 0, b > 0, c < 0$.**
 C. $a < 0, b < 0, c > 0$. D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

Lời giải:



Giá trị của biểu thức $T = 4a + b + 2c$ bằng

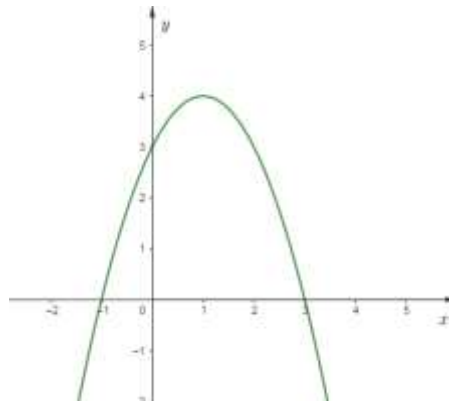
- A. 8. **B. 6.** C. 3. D. 4.

Lời giải:

Từ giả thiết ta có: $\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(4) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ 16a + 4b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ b = -4a \end{cases}$.

Do đó $T = 4a + b + 2c = 6$.

Câu 59: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0; b < 0; c > 0$. B. $a > 0; b < 0; c < 0$. C. $a > 0; b > 0; c > 0$. **D. $a < 0; b > 0; c > 0$.**

Lời giải:

+ Parabol có bề lõm hướng xuống nên $a < 0$.

+ Parabol cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là $(0; 3)$ nên $c = 3 > 0$.

+ Parabol có hoành độ đỉnh $x_1 = 1 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = 1$ mà $a < 0$ nên $b > 0$.

Câu 60: Tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: y = -x + 4$ và parabol $y = x^2 - 7x + 12$ là

- A. $(2; 2)$ và $(4; 0)$. B. $(2; 2)$ và $(4; 8)$.
C. $(2; -2)$ và $(4; 0)$. D. $(-2; 6)$ và $(4; 8)$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm $-x + 4 = x^2 - 7x + 12 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$.

Với $x = 2$ suy ra $y = -2$.

Với $x = 4$ suy ra $y = 0$.

Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là $(2; -2)$ và $(4; 0)$.

- Câu 61:** Hai đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ và $y = 2x - 1$ có bao nhiêu điểm chung?
 A. 2. **B. 1.** C. 0. D. 3.

Lời giải:

Xét phương trình: $x^2 - 2x + 3 = 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Vì phương trình có một nghiệm nên hai đồ thị hàm số cắt nhau tại 1 điểm.

- Câu 62:** Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 2$ với trục tung là
 A. $(0; -2)$. B. $(-2; 0)$. **C. $(0; 2)$.** D. $(-1; 0)$.

Lời giải:

Gọi M là giao điểm của trục tung và đồ thị của hàm số $y = x^2 - x + 2$. Khi đó tọa độ của M có dạng $M(0; y_M)$.

Do M thuộc đồ thị của hàm số $y = x^2 - x + 2 \Rightarrow y_M = 0^2 - 0 + 2 = 2$.

Vậy $M(0; 2)$.

- Câu 63:** Số giao điểm của Parabol (P): $y = x^2 - 4x + 4$ với trục hoành là
 A. 0. **B. 1.** C. 2. D. 3.

Lời giải:

Xét $y = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy Parabol (P): $y = x^2 - 4x + 4$ giao với trục hoành tại một điểm $(2; 0)$.

- Câu 64:** Đồ thị hàm số nào sau đây tiếp xúc trục hoành?
 A. $y_1 = x^2 - x + 2$. B. $y_2 = -x^2 + 3x - 2$. C. $y_3 = 2x^2 + 2x - 1$. **D. $y_4 = x^2 - 4x + 4$.**

Lời giải:

Xét hàm số $y_4 = x^2 - 4x + 4$ Ta có: $x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (nghiệm kép) nên đồ thị hàm số y_4 tiếp xúc cắt trục hoành.

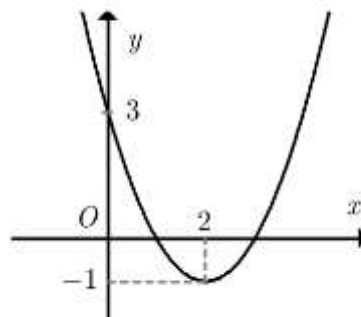
- Câu 65:** Tọa độ giao điểm của parabol $(P_1): y = 2x^2 + 2x + 3$ với parabol $(P_2): y = x^2 + 6x$ là
A. $(1; 7)$ và $(3; 27)$. B. $(7; 1)$ và $(27; 3)$. C. $(-1; 3)$ và $(-3; 15)$. D. $(3; -1)$ và $(15; -3)$.

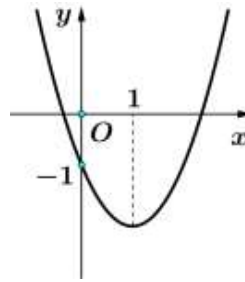
Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $2x^2 + 2x + 3 = x^2 + 6x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

Vậy có hai giao điểm cần tìm: $(1; 7)$ và $(3; 27)$.

- Câu 66:** Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:

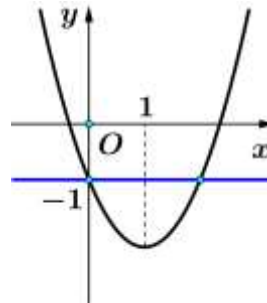




Số nghiệm của phương trình $f(f(x^2 - 2x + 1)) = -1$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. **D. 4.**

Lời giải:



Đặt $u = f(x^2 - 2x + 1)$, phương trình đã cho trở thành $f(u) = -1$ (*)

Phương trình (*) chính là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị đồ thị $f(u)$ và đường thẳng $y = -1$

Dựa vào đồ thị, ta có (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \\ u = u_0 > 1 \end{cases}$

Với $u = 0 \Leftrightarrow f(x^2 - 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 1 = x_1 < 0 & (1) \\ x^2 - 2x + 1 = x_2 > 1 & (2) \end{cases}$

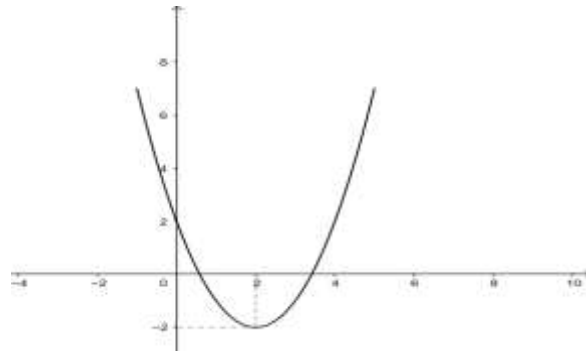
- \Leftarrow Vì $x_1 < 0$ nên phương trình (1) vô nghiệm
- \Leftarrow Vì $x_2 > 1$ nên phương trình (2) luôn có hai nghiệm trái dấu.

Với $u = u_0 > 1 \Leftrightarrow f(x^2 - 2x + 1) = u_0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 1 = x_3 < 0 & (3) \\ x^2 - 2x + 1 = x_4 > 1 & (4) \end{cases}$

- \Leftarrow Vì $x_3 < 0$ nên phương trình (3) vô nghiệm
- \Leftarrow Vì $x_4 > 1$ nên phương trình (4) luôn có hai nghiệm trái dấu.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 70: Cho hàm số bậc hai $f(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên dưới:



Hỏi m thuộc tập hợp nào dưới đây thì phương trình $|f(x)| = m^2 - m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

- A. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. B. $[-1; 0] \cup [1; 2]$. **C. $(-1; 0) \cup (1; 2)$** D. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

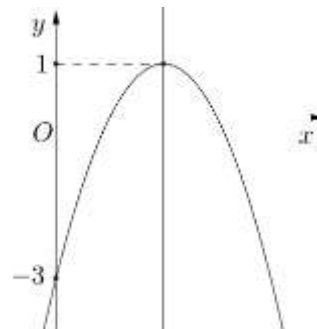
Lời giải:

Dựa vào đồ thị, ta thấy phương trình $|f(x)| = t$ có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $0 < t < 2$. Do đó, phương trình $|f(x)| = m^2 - m$ có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

$$0 < m^2 - m < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)m > 0 \\ (m+1)(m-2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 0 \\ 1 < m < 2 \end{cases}$$

Vậy $m \in (-1; 0) \cup (1; 2)$.

Câu 71: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



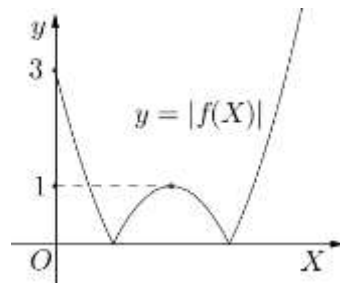
Số giá trị nguyên của m để phương trình $|f(x^2)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt là

- A. 1. **B. 2.** C. 3. D. 4.

Lời giải:

Đặt $x^2 = X \geq 0$, ta có phương trình $|f(X)| = m$ (*). Để phương trình $|f(x^2)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt thì điều kiện là phương trình (*) có đúng 2 nghiệm dương phân biệt.

Đồ thị hàm số $y = |f(X)|$ có dạng như hình vẽ:



Do đó, để phương trình (*) có đúng 2 nghiệm dương phân biệt thì $m = 0$ hoặc $1 < m < 3$.
 Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0; 2\} \Rightarrow$ có hai giá trị nguyên của m .

Câu 72: Cho Parabol (P): $y = x^2 - 2x - 3$. Số giá trị nguyên âm của tham số m để Parabol (P) cắt đường thẳng $d: y = x + m$ tại hai điểm phân biệt là

- A. 4. **B. 5.** C. 7. D. 6.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2x - 3 = x + m \Leftrightarrow x^2 - 3x - 3 - m = 0$
 (P) cắt d tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt
 $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 9 + 12 + 4m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{21}{4}$.

Vậy các giá trị m thỏa mãn yêu cầu đề bài là $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1\}$.

Câu 73: Cho đường thẳng $d: y = (2 - m)x + 5m - 1$ và parabol (P): $y = x^2 + mx + m^2 - 3$ (m là tham số). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m nhỏ hơn 5 để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt?

- A. 4. **B. 5.** C. 7. D. 6.

Lời giải:

PTHĐGD: $(2 - m)x + 5m - 1 = x^2 + mx + m^2 - 3 \Leftrightarrow x^2 + 2(m - 1)x + m^2 - 5m - 2 = 0(1)$.

Đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi PT (1) có hai nghiệm phân biệt.

Khi đó: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow (m - 1)^2 - (m^2 - 5m - 2) > 0 \Leftrightarrow 3m + 3 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Với m nguyên và nhỏ hơn 5 ta có $m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Vậy có 5 giá trị m thỏa mãn ycbt.

Câu 74: Đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x$ cắt đường thẳng $y = m^2 - 2x$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2$. Giá trị của $T = x_1 + x_2$ bằng

- A. 2. B. -2. **C. -4.** D. $m^2 - 4$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và Parabol đã cho là $x^2 + 2x = m^2 - 2x \Leftrightarrow x^2 + 4x - m^2 = 0$ (1).

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

Ta có $\Delta' = 4 + m^2 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$. Do đó phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

Theo định lý Viet thì $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-4}{1} = -4$.

- Câu 75:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của a để đường thẳng $d: y = (2a+1)x - a$ cắt parabol $(P): y = x^2 + x - 1$ tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía đối với trục tung.
- A. $(-\infty; 3)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. \emptyset .

Lời giải:

Xét phương trình: $x^2 + x - 1 = (2a+1)x - a \Leftrightarrow x^2 - 2ax + a - 1 = 0$ (1).

Yêu cầu bài toán \Leftrightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow a - 1 < 0 \Leftrightarrow a < 1$.

- Câu 76:** Cho đồ thị hàm số $y = x^2 + 2mx + 2m^2 + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = -2x$ tại các điểm có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2$. Gọi M, m là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của $H = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2$. Đặt $T = M + m$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $T < 10$. B. $T \in (10, 20)$. C. $T \in (20, 30)$. D. $T \geq 30$.

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị

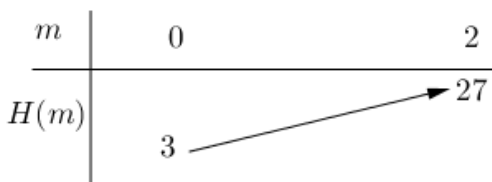
$$-2x = x^2 + 2mx + 2m^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 + 2(m+1)x + 2m^2 + 1 = 0 *$$

2 đồ thị cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2 \Leftrightarrow$ phương trình (*) có 2 nghiệm $x_1; x_2 \Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - (2m^2 + 1) \geq 0 \Leftrightarrow 2m - m^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$.

Theo Vi-et ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m - 2 \\ x_1x_2 = 2m^2 + 1 \end{cases}$$

$$H = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 = (-2m - 2)^2 - (2m^2 + 1) = 2m^2 + 8m + 3$$

BBT



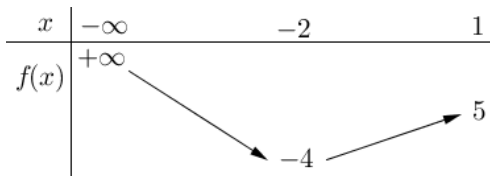
Từ BBT suy ra $M = 27, m = 3$. Vậy $T = 30$.

- Câu 77:** Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = m - 2x$ cắt parabol $y = x^2 + 2x$ tại hai điểm phân biệt cùng có hoành độ nhỏ hơn 1.
- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.

Lời giải:

Phương trình tương giao $x^2 + 2x = m - 2x \Leftrightarrow x^2 + 4x = m$ (*).

Xét hàm số $f(x) = x^2 + 4x$ với $x < 1$, có bảng biến thiên như sau:



Để thỏa mãn bài ra thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm phân biệt nhỏ hơn 1. Do đó đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt nên $-4 < m < 5$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\} \Rightarrow$ có 8 giá trị nguyên của m .

Câu 78: Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho Parabol $(P): y = x^2 - 3x + m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thoả mãn $OA = 2OB$. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng
A. 2. **B. 3.** **C. -18.** **D. -16.**

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P): y = x^2 - 3x + m$ và trục Ox là $x^2 - 3x + m = 0$ (1).

Parabol (P) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt $A, B \Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$.

Giả sử x_A, x_B là hoành độ hai điểm A, B . Ta có $\begin{cases} x_A + x_B = 3 \\ x_A \cdot x_B = m \end{cases}$.

Ta có $OA = 2OB \Leftrightarrow OA^2 = 4OB^2 \Leftrightarrow x_A^2 = 4x_B^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 2x_B \\ x_A = -2x_B \end{cases}$.

⊙ Với $x_A = 2x_B$ ta được $\begin{cases} x_A + x_B = 3 \\ x_A \cdot x_B = m \\ x_A = 2x_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 2 \\ x_B = 1 \\ x_A \cdot x_B = m \end{cases} \Rightarrow m = 2$ (thoả mãn điều kiện $m < \frac{9}{4}$).

⊙ Với $x_A = -2x_B$ ta được $\begin{cases} x_A + x_B = 3 \\ x_A \cdot x_B = m \\ x_A = -2x_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 6 \\ x_B = -3 \\ x_A \cdot x_B = m \end{cases} \Rightarrow m = -18$ (thoả mãn điều kiện $m < \frac{9}{4}$).

Vậy tổng các giá trị của m là $2 + (-18) = -16$.

Câu 79: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = m(x-1) + 2$ cắt Parabol $(P): y = x^2 + (m-2)x - 2m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 4\sqrt{2}$?
A. 2. **B. 1.** **C. 3.** **D. 4.**

Lời giải:

Xét phương trình tìm hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$x^2 + (m-2)x - 2m = m(x-1) + 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m - 2 = 0$$

Để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B thì

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow m + 3 > 0 \Leftrightarrow m > -3$$

Gọi $A(x_1; m(x_1-1) + 2)$ và $B(x_2; m(x_2-1) + 2)$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } AB^2 &= (x_2 - x_1)^2 + [m(x_2 - 1) - m(x_1 - 1)]^2 \\ &= (x_2 - x_1)^2 + [m(x_2 - x_1)]^2 = (x_2 - x_1)^2 (m^2 + 1) = (m^2 + 1) [(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2] \\ &= (m^2 + 1) [4 - 4(-m - 2)] = (m^2 + 1)(4m + 12) = 4m^3 + 12m^2 + 4m + 12. \end{aligned}$$

Theo giả thiết: $AB = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow 4m^3 + 12m^2 + 4m + 12 = 32 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 80: Gọi A, B là hai giao điểm của đường thẳng $\Delta: y = -x + k - 1$ và parabol $(P): y = x^2 + x$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số k để trung điểm I của đoạn thẳng AB nằm trên đường thẳng $d: y = x + 2$.

- A. $\{2; -1\}$. B. $\{-2; -1\}$. C. $\{2\}$. **D. $\{1\}$.**

Lời giải:

Xét phương trình: $x^2 + x = -x + k - 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - k = 0$ (1)

Để Δ cắt (P) tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = 4 - 4(1 - k) = 4k > 0 \Leftrightarrow k > 0 \quad (*).$$

Lúc đó, hai giao điểm tương ứng là $A(x_1; -x_1 + k - 1), B(x_2; -x_2 + k - 1)$.

Do I là trung điểm của AB nên
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_1 + x_2}{2} = -1 \\ x_I = \frac{-x_1 - x_2 + 2k - 2}{2} = k \end{cases} \Rightarrow I(-1; k).$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow I(-1; k) \in d \Leftrightarrow k = -1 + 2 \Leftrightarrow k = 1$.

Câu 81: Cho hàm số $y = x^2 - 2x - 2$ có đồ thị là parabol (P) và đường thẳng d có phương trình $y = x - m$. Giá trị của m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $OA^2 + OB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = -\frac{5}{2}$. C. $m = \frac{1}{2}$. **D. $m = \frac{5}{2}$.**

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d cắt parabol (P) là

$$x^2 - 2x - 2 = x - m \Leftrightarrow x^2 - 3x + m - 2 = 0 \quad (1).$$

Để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = 9 - 4m + 8 = 17 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{17}{4}$.

Khi đó, phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 2 \end{cases}.$$

Giả sử $A(x_1; x_1 - m), B(x_2; x_2 - m)$, ta có:
$$\begin{aligned} OA^2 + OB^2 &= x_1^2 + (x_1 - m)^2 + x_2^2 + (x_2 - m)^2 \\ &= 2(x_1^2 + x_2^2) - 2m(x_1 + x_2) + 2m^2 = 2[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] - 2m(x_1 + x_2) + 2m^2 \\ &= 2(9 - 2m + 4) - 6m + 2m^2 = 2m^2 - 10m + 26 = 2\left(m - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{27}{2} \geq \frac{27}{2} \end{aligned}$$

Vậy $OA^2 + OB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $m = \frac{5}{2}$.

Câu 82: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - 3$ cắt parabol $(P): y = -x^2 + 2x$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho trung điểm I của đoạn thẳng AB thuộc đường thẳng $y = x - 6$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A. 5. B. -1. **C. 3.** D. -3.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^2 + 2x = mx - 3 \Leftrightarrow x^2 + (m-2)x - 3 = 0$.

Để đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 + 12 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm, khi đó $A(x_1; mx_1 - 3), B(x_2; mx_2 - 3) \Rightarrow I\left(\frac{x_1+x_2}{2}; m\frac{x_1+x_2}{2} - 3\right)$

Theo Viet $x_1 + x_2 = 2 - m \Rightarrow I\left(\frac{2-m}{2}; m\frac{2-m}{2} - 3\right) \Rightarrow I\left(\frac{2-m}{2}; \frac{-m^2 + 2m - 6}{2}\right)$

$I \in d: y = x - 6 \Rightarrow \frac{-m^2 + 2m - 6}{2} = \frac{2-m}{2} - 6 \Leftrightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases} \Rightarrow S = 3$.

Câu 83: Biết Parabol $(P): y = ax^2 + 4x + c$ có đỉnh $I(-1; -6)$. Tính $S = a + c$

A. -6.

B. 6.

C. 2.

D. -2.

Lời giải:

Cách 1:

Áp dụng công thức đỉnh của Parabol ta có:

$$-\frac{b}{2a} = -1 \Leftrightarrow -\frac{4}{2a} = -1 \Leftrightarrow a = 2.$$

$$-\frac{\Delta}{4a} = -6 \Leftrightarrow -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -6 \Leftrightarrow \frac{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot c}{4 \cdot 2} = 6 \Leftrightarrow c = -4.$$

Vậy $S = a + c = 2 + (-4) = -2$.

Cách 2: $f(-1) = a - 4 + c \Leftrightarrow -6 = a - 4 + c \Leftrightarrow a + c = -2$.

Câu 84: Cho hàm số $y = f(x) = x^2 + bx + c$ có đồ thị là một Parabol (P) có đỉnh $I(1; -4)$. Tính $b + c$.

A. 12.

B. -8.

C. 10.

D. -5.

Lời giải:

Ta có:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2} = 1 \\ 1 + b + c = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow b + c = -5.$$

Câu 85: Tìm parabol $(P): y = ax^2 + 3x - 2$, biết rằng parabol có trục đối xứng $x = -3$?

A. $y = x^2 + 3x - 2$.

B. $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 2$.

C. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 3$.

D. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$.

Lời giải:

Ta có trục đối xứng của $(P): y = ax^2 + 3x - 2$ là $x = \frac{-3}{2a} = -3 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$

Vậy $(P): y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$.

Câu 86: Đồ thị của hàm số $y = ax^2 - 3x + c$ đi qua hai điểm $A(2; 3)$ và $B(-1; 6)$. Giá trị biểu thức

$T = 36a + c$ bằng

A. 17.

B. 38.

C. 72.

D. 73.

Lời giải:

Từ (I);(II) được hệ:
$$\begin{cases} 64a+8b+c=0 \\ 36a+6b+c=-12 \\ 12a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-36 \\ c=96 \end{cases}$$
. Vậy $a+b+c=3-36+96=63$.

Câu 91: Biết đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) biết đồ thị hàm số đi qua ba điểm $A(0;4)$; $B(1;3)$; $C(-1;9)$. Tính $ab+c$.

- A. -1. **B. -2.** C. 1. D. 2.

Lời giải:

Hàm số $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) có đồ thị là Parabol (P).

(P) đi qua điểm $A(0;4)$ nên $c=4$. Suy ra: (P): $y=ax^2+bx+4$ ($a \neq 0$).

(P) đi qua điểm $B(1;3)$ nên $3=a.1^2+b.1+4 \Leftrightarrow a+b=-1$.

(P) đi qua điểm $C(-1;9)$ nên $9=a.(-1)^2+b.(-1)+4 \Leftrightarrow a-b=5$.

Ta có hệ:
$$\begin{cases} a+b=-1 \\ a-b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a=4 \\ b=-1-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \text{ (tmdk : } a \neq 0) \\ b=-3 \end{cases}$$

Vậy $ab+c=-6+4=-2$.

Câu 92: Xác định hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c$ biết đồ thị của nó có đỉnh $I(1,-1)$ và đi qua $A(2,0)$.

- A. $y=x^2-3x+2$. **B. $y=x^2-2x$.** C. $y=2x^2-4x+3$. D. $y=x^2+2x$.

Lời giải:

Vì (P) có đỉnh $I(1,-1)$ và đi qua $A(2,0)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a}=1 \\ a+b+c=-1 \\ 4a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=0 \\ a+b+c=-1 \\ 4a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=0 \end{cases}$$
. Vậy hàm số cần tìm là $y=x^2-2x$.

Câu 93: Biết rằng hàm số $y=ax^2+bx+c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1 và đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=2022x+2$ tại một điểm trên trục Oy . Tính $S=a^2+b^2+c^2$.

- A. 10. **B. 9.** C. 50. D. 4.

Lời giải:

Vi hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1 khi $x=1$ nên ta có
$$\begin{cases} \frac{-b}{2a}=1 \\ a+b+c=1 \end{cases}$$
.

Giao điểm của đường thẳng $y=2022x+2$ với trục Oy là điểm $A(0;2)$.

Từ giả thiết ta suy ra đồ thị hàm số đã cho đi qua $A(0;2)$.

Suy ra $2=a.0+b.0+c \Leftrightarrow c=2$

Ta có hệ
$$\begin{cases} 2a+b=0 \\ a+b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$$
. Vậy $S=9$.

Câu 94: Cho parabol (P): $y=ax^2+bx+c$, biết hàm số $y=ax^2+bx+c$ đạt giá trị nhỏ nhất là 4 tại $x=2$ và đồ thị của nó cắt trục tung tại điểm có tung độ là 6. Tính $2a+b+c$.

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 2.

Lời giải:

Do hàm số đạt giá trị nhỏ nhất nên $a > 0$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 4 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = -2 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \text{ (nhận)} \\ c = 6 \end{cases}$$

Vậy hàm số cần tìm là $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$.

Vậy $2a + b + c = 1 - 2 + 6 = 5$.

Câu 95: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$, hệ số $a \neq 0$. Biết rằng hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 tại $x = 2$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1; 0)$. Tính $T = abc$.

A. $T = 6$.

B. $T = 5$.

C. $T = 4$.

D. $T = -12$.

Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Do đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $M(1; 0)$ nên có: $a + b + c = 0$ (1).

Trên \mathbb{R} , hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 tại $x = 2$, ta có:

$$\begin{cases} a > 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ 4a + b = 0 \\ 4a + 2b + c = -1 \end{cases} \quad (2).$$

$$\text{Kết hợp (1) và (2) ta có: } \begin{cases} a > 0 \\ 4a + b = 0 \\ 4a + 2b + c = -1 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow T = abc = -12.$$

Câu 96: Gọi T là tổng tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = x^2 - 5x + m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 4OB$. Tính T .

A. $T = -\frac{64}{9}$.

B. $T = \frac{64}{9}$.

C. $T = 2$.

D. $T = -2$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là: $x^2 - 5x + m = 0$ (1).

(P) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 4OB \Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1| = 4|x_2|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ \begin{cases} x_1 = 4x_2 \\ x_1 = -4x_2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25 - 4m > 0 \\ \begin{cases} x_1 = 4x_2 \\ x_1 = -4x_2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{25}{4} \\ \begin{cases} x_1 = 4x_2 \\ x_1 = -4x_2 \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

Mặt khác, theo định lý Viet cho phương trình (1) thì: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = m \end{cases} \quad (5).$

Với $x_1 = 4x_2$, thì (5) $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 4x_1 = 5 \\ x_1 \cdot 4x_1 = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ m = 4 \end{cases}.$

Với $x_1 = -4x_2$, thì (5) $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 4x_1 = 5 \\ x_1 \cdot (-4x_1) = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{5}{3} \\ m = -\frac{100}{9} \end{cases}.$

Vậy có hai giá trị của m là $m = 4$ và $m = -\frac{100}{9}$.

Vậy $T = -\frac{64}{9}$.

Câu 97: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ biết (P) đi qua $M(4;3)$ cắt Ox tại $N(3;0)$ và Q sao cho ΔINQ có diện tích bằng 1 biết hoành độ điểm Q nhỏ hơn 3 với I là đỉnh của (P) . Tính $a + b + c$.

A. -1.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải:

Vì (P) đi qua $M(4;3)$ nên $3 = 16a + 4b + c$. (1)

Mặt khác (P) cắt Ox tại $N(3;0)$ suy ra $0 = 9a + 3b + c$ (2), (P) cắt Ox tại Q nên $Q(t;0), t < 3$.

Theo định lý Viet ta có $\begin{cases} t + 3 = -\frac{b}{a} \\ 3t = \frac{c}{a} \end{cases}$

Ta có $S_{\Delta INQ} = \frac{1}{2} IH \cdot NQ$ với H là hình chiếu của $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ lên trục hoành

Do $IH = \left|-\frac{\Delta}{4a}\right|, NQ = |3-t| = 3-t$ nên $S_{\Delta INQ} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left|-\frac{\Delta}{4a}\right| \cdot (3-t) = 1$

$\Leftrightarrow (3-t) \left| \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a} \right| = \left| \frac{2}{a} \right| \Leftrightarrow (3-t) \left| \frac{(t+3)^2}{4} - 3t \right| = \left| \frac{2}{a} \right| \Leftrightarrow (3-t)^3 = \frac{8}{|a|}$ (3).

Từ (1) và (2) ta có $7a + b = 3 \Leftrightarrow b = 3 - 7a$ suy ra $t + 3 = -\frac{3-7a}{a} \Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{4-t}{3}$

Thay vào (3) ta có $(3-t)^3 = \frac{8(4-t)}{3} \Leftrightarrow 3t^3 - 27t^2 + 73t - 49 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Suy ra $a = 1 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow c = 3$.

Vậy (P) cần tìm là $y = x^2 - 4x + 3$.

Câu 98: Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |x^2 - 2x + m + 1|$ trên $[-1; 2]$ bằng 5?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải:

Đặt $g(x) = x^2 - 2x + m + 1$. Đồ thị hàm số $g(x)$ là parabol có đỉnh $I(1; m)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} g(-1) = m + 4 \\ g(1) = m \\ g(2) = m + 1 \end{cases}, \text{ suy ra } \begin{cases} \min_{[-1;2]} g(x) = m \\ \max_{[-1;2]} g(x) = m + 4 \end{cases}.$$

Ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $m > 0$.

$$\min_{[-1;2]} f(x) = m \Leftrightarrow m = 5.$$

Trường hợp 2: $m + 4 < 0 \Leftrightarrow m < -4$.

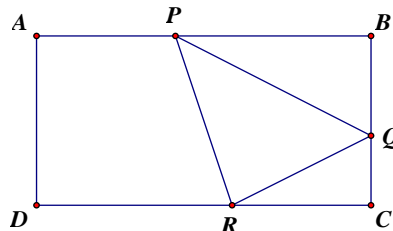
$$\min_{[-1;2]} f(x) = -m - 4 \Leftrightarrow -m - 4 = 5 \Leftrightarrow m = -9.$$

Trường hợp 3: $m \leq 0 \leq m + 4 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0$.

$\min_{[-1;2]} f(x) = 0$ mà theo bài $\min_{[-1;2]} f(x) = 5$ nên không có m thỏa mãn.

Vậy có hai giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = -9$ và $m = 5$.

Câu 99: Cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = 10$, $AD = 6$. Trên các cạnh AB, BC, CD lấy các điểm P, Q, R sao cho $AP = BQ = CR = x$. Giá trị của x trong khoảng nào để diện tích tam giác PQR đạt giá trị nhỏ nhất.



A. (3;5).

B. (6;8).

C. (8;10).

D. (4;8).

Lời giải:

Ta có:

$$\begin{aligned} S_{\Delta PQR} &= S_{ABCD} - S_{\Delta DRP} - S_{\Delta PBQ} - S_{\Delta QCR} = 10 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot [x + (10 - x)] \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot x \cdot (10 - x) - \frac{1}{2} \cdot x \cdot (6 - x) \\ &= x^2 - 8x + 30. \end{aligned}$$

Diện tích của tam giác PQR là một hàm số bậc hai do đó diện tích của tam giác PQR đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{b}{2a} = 4$.

$$\text{Vậy } (S_{\Delta PQR})_{\min} = 14 \Leftrightarrow x = 4.$$

Câu 100: Biết có 2 giá trị thực của tham số m là m_1, m_2 để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng 3. Tổng $m_1 + m_2$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là parabol có hệ số bậc hai là $4 > 0$ nên bề lõm hướng lên. hoành độ

TH1: Nếu $\frac{m}{2} < -2 \Leftrightarrow m < -4$ thì $x_l < -2 < 0$. Suy ra $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-2; 0]$.

Do đó $\min_{[-2;0]} f(x) = f(-2) = m^2 + 6m + 16$.

Theo yêu cầu bài toán: $m^2 + 6m + 16 = 3$ (vô nghiệm).

TH2: Nếu $-2 \leq \frac{m}{2} \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0$ thì $x_l \in [-2; 0]$. Suy ra $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại đỉnh.

Do đó đỉnh $x_l = \frac{m}{2}$.

$\min_{[-2;0]} f(x) = f\left(\frac{m}{2}\right) = -2m$.

Theo yêu cầu bài toán $-2m = 3 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}$ (thỏa mãn $-4 \leq m \leq 0$).

TH3: Nếu $\frac{m}{2} > 0 \Leftrightarrow m > 0$ thì $x_l > 0 > -2$. Suy ra $f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[-2; 0]$.

Do đó $\min_{[-2;0]} f(x) = f(0) = m^2 - 2m$.

Theo yêu cầu bài toán: $m^2 - 2m = 3 \Leftrightarrow m = -1$ (loại) hoặc $m = 3$ (thỏa mãn).

Kết luận: $m = -\frac{3}{2}$ hoặc $m = 3$.

Câu 101: Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng 3. Tính tổng T các phần tử của S .

A. $T = \frac{3}{2}$. **B.** $T = \frac{9}{2}$. **C.** $T = \frac{1}{2}$. **D.** $T = -\frac{3}{2}$.

Lời giải:

Ta có: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4m}{2 \cdot 4} = \frac{m}{2}$

Trường hợp 1: $\frac{m}{2} \notin [-2; 0] \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{2} < -2 \\ \frac{m}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$

Khi đó, giá trị nhỏ nhất của hàm số là $f(-2) = m^2 + 6m + 16$ hoặc $f(0) = m^2 - 2m$.

*Nếu $f(-2) < f(0) \Rightarrow m^2 + 6m + 16 < m^2 - 2m \Leftrightarrow 8m < -16 \Leftrightarrow m < -2$

Thì giá trị nhỏ nhất của hàm số là $f(-2) = 3 \Rightarrow m^2 + 6m + 16 = 3 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 13 = 0 \Leftrightarrow m \in \emptyset$.

*Nếu $f(-2) > f(0) \Rightarrow m^2 + 6m + 16 > m^2 - 2m \Leftrightarrow 8m > -16 \Leftrightarrow m > -2$

Thì giá trị nhỏ nhất của hàm số là $f(0) = 3 \Rightarrow m^2 - 2m = 3 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \text{ (loại)} \\ m = 3 \end{cases}$.

Trường hợp 2: $\frac{m}{2} \in [-2; 0] \Leftrightarrow -2 \leq \frac{m}{2} \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0$

Khi đó, giá trị nhỏ nhất của hàm số là $f\left(\frac{m}{2}\right)$

Suy ra: $4 \cdot \frac{m^2}{4} - 4m \cdot \frac{m}{2} + m^2 - 2m = 3 \Leftrightarrow -2m = 3 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}$ (nhận)

Vậy, $S = \left\{-\frac{3}{2}; 3\right\} \Rightarrow T = -\frac{3}{2} + 3 = \frac{3}{2}$.

Câu 102: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số k để đường thẳng $\Delta: y = kx + 3$ cắt parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{3}{2}$.

- A. $\{5; -3\}$. B. $\{-3; 3\}$. C. $\{-5; 5\}$. **D. $\{-5; -3\}$.**

Lời giải:

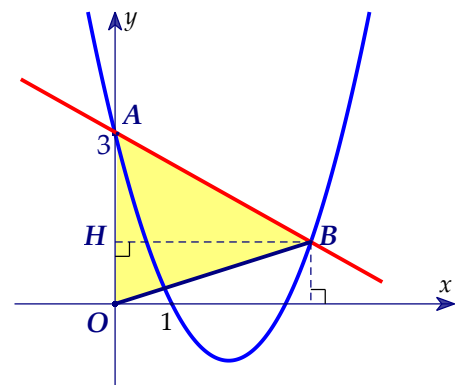
Xét phương trình:

$$x^2 - 4x + 3 = kx + 3 \Leftrightarrow x[x - (k + 4)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = k + 4 \end{cases}$$

Để Δ cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow k + 4 \neq 0 \Leftrightarrow k \neq -4$ (*).

Lúc đó, hai giao điểm tương ứng là $A(0; 3) \in Oy, B(k + 4; k^2 + 4k + 3)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên $OA \Rightarrow BH = |x_B| = |k + 4|$.



Theo giả thiết: $S_{OAB} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot |k + 4| = \frac{3}{2} \Leftrightarrow |k + 4| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} k = -3 \\ k = -5 \end{cases}$

Câu 103: Cho parabol $(P): y = -x^2 + 2mx - 3m^2 + 4m - 3$ (m là tham số) có đỉnh I . Gọi A, B là hai điểm thuộc Ox sao cho $AB = 2022$. Khi đó ΔIAB có diện tích nhỏ nhất bằng:

A. 1011. B. 2022. C. 4044. D. 1010.

Lời giải:

Ta có (P) có đỉnh $I(m; -2m^2 + 4m - 3)$. Diện tích tam giác ΔIAB bằng:

$$\begin{aligned} S_{\Delta IAB} &= \frac{1}{2} \cdot d(I; AB) \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot |-2m^2 + 4m - 3| \cdot 2022 = 1011 \cdot |-2m^2 + 4m - 3| = 1011 \cdot |2m^2 - 4m + 3| \\ &= 1011 \cdot |2(m - 1)^2 + 1| \geq 1011 \cdot 1 = 1011. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $m = 1$.

Câu 104: Cho Parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $(d): y = m(x - 2) - 1$. Tính tổng các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 10 với điểm $I(2; 3)$.

- A. 6. **B. 0.** C. 2. D. 4.

Lời giải:

Xét phương trình tìm hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$x^2 - 4x + 3 = m(x - 2) - 1 \Leftrightarrow x^2 - (4 + m)x + 2m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = m + 2 \end{cases}$$

Để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B thì $m + 2 \neq 2 \Leftrightarrow m \neq 0$.

Gọi $A(2; -1)$ và $B(m + 2; m^2 - 1)$. Ta thấy điểm A và điểm I nằm trên đường thẳng $x = 2$ và

đoạn thẳng $IA = 4$. Suy ra: $S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot |m + 2 - 2| = 10 \Leftrightarrow |m| = 5 \Leftrightarrow m = \pm 5$.

Câu 105: Một vật chuyển động với vận tốc theo quy luật của hàm số bậc hai $v(t) = -t^2 + 12t$ với $t(s)$ là quãng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và v (m/s) là vận tốc của vật. Trong 9 giây đầu tiên kể từ lúc vật bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật là bao nhiêu?

- A. 144 (m/s). B. 243 (m/s). C. 27 (m/s). **D. 36 (m/s).**

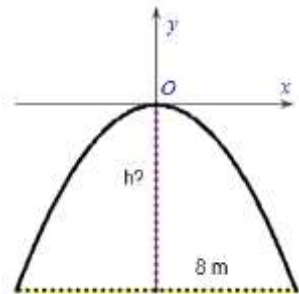
Lời giải:

Ta có BBT:

t	0	6	9
$v(t)$		36	

Dựa vào BBT, ta thấy $\max_{t \in [0; 9]} v(t) = v(6) = 36$ (m/s).

Câu 106: Một chiếc cổng hình parabol dạng $y = -\frac{1}{2}x^2$ có chiều rộng $d = 8m$. Hãy tính chiều cao h của cổng. (Xem hình minh họa)



- A. $h = 9m$. **B. $h = 8m$.** C. $h = 7m$. D. $h = 5m$.

Lời giải:

HD: Đường thẳng chứa chiều rộng $d = 8m$ cắt (P) tại $A(4; -h)$.

Điểm $A \in (P) \Rightarrow -h = -\frac{1}{2} \cdot 4^2 \Rightarrow h = 8m$.

Câu 107: Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

- A. 80 USD.** B. 160 USD. C. 40 USD. D. 240 USD.

Lời giải:

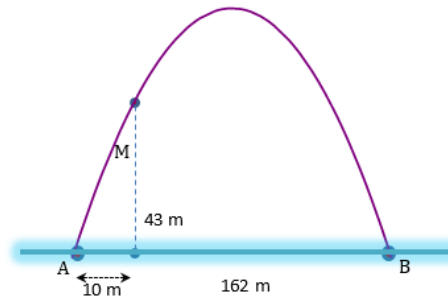
Gọi y là số tiền lãi của cửa hàng bán giày.

Ta có $y = (120 - x)(x - 40) = -x^2 + 160x - 4800 = -(x - 80)^2 + 1600 \leq 1600$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 80$.

Vậy cửa hàng lãi nhiều nhất khi bán đôi giày với giá 80 USD.

Câu 108: Cổng $Ac-xơ$ tại thành phố Xanh Lu-i (Mĩ) có hình dạng là một parabol hướng bề lõm xuống dưới (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính chiều cao của cổng $Ac-xơ$ (tính từ điểm cao nhất trên cổng xuống mặt đất).



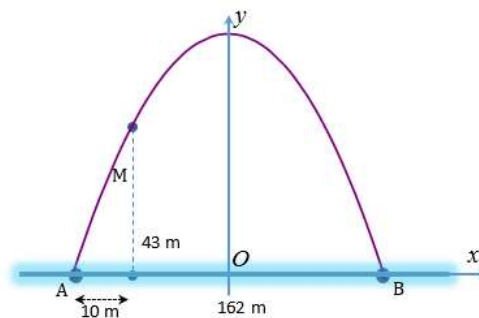
A. 197,5 m.

B. 275,6 m.

C. 185,6 m.

D. 348,3 m

Lời giải:



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.

Khi đó Parabol có phương trình dạng: $y = ax^2 + c$ ($a < 0$).

$$\text{Parabol đi qua điểm } B(81;0) \text{ và } M(-71;43) \text{ nên } \begin{cases} 0 = a \cdot 81^2 + c \\ 43 = a \cdot (-71)^2 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ c = \frac{282123}{1520} \end{cases}.$$

Chiều cao của cổng $Ac-xơ$ là: $h = y(0) = c = \frac{282123}{1520} = 185,6072368$ (m).

Câu 109: Một quả bóng cầu thủ sút lên rồi rơi xuống theo quỹ đạo là parabol. Biết rằng ban đầu quả bóng được sút lên từ độ cao 1 m sau đó 1 giây nó đạt độ cao 10 m và 3,5 giây nó ở độ cao 6,25 m. Hỏi độ cao cao nhất mà quả bóng đạt được là bao nhiêu mét?

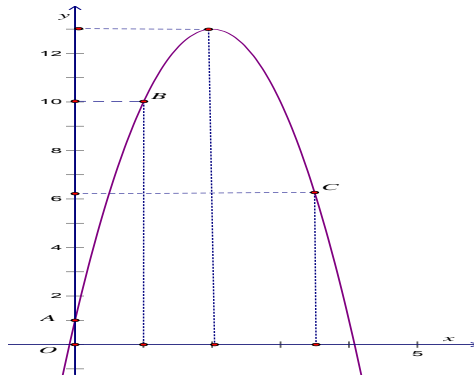
A. 11 m .

B. 12 m .

C. 13 m .

D. 14 m .

Lời giải:



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol nên phương trình có dạng $y = ax^2 + bx + c$

Theo bài ra gắn vào hệ tọa độ và sẽ tương ứng các điểm A, B, C nên ta có

$$\begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = 10 \\ 12,25a + 3,5b + c = 6,25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 12 \\ c = 1 \end{cases}$$

Suy ra phương trình parabol là $y = -3x^2 + 12x + 1$.

Parabol có đỉnh $I(2;13)$. Khi đó quả bóng đạt vị trí cao nhất tại đỉnh tức $h = 13$ m.

Câu 110: Một chiếc cổng hình parabol có chiều rộng 12 m và chiều cao 8 m như hình vẽ. Giả sử một chiếc xe tải có chiều ngang 6 m đi vào vị trí chính giữa cổng. Hỏi chiều cao h của xe tải thỏa mãn điều kiện gì để có thể đi vào cổng mà không chạm tường?



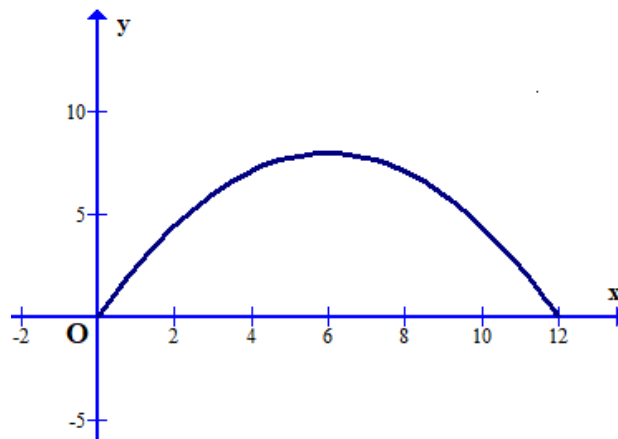
A. $0 < h < 6$.

B. $0 < h \leq 6$.

C. $0 < h < 7$.

D. $0 < h \leq 7$.

Lời giải:



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Parabol có phương trình dạng $y = ax^2 + bx$.

Vì chiếc cổng hình parabol có chiều rộng 12 m và chiều cao, theo hình vẽ ta có parabol đi qua các điểm $(12;0)$ và $(6;8)$, suy ra:

$$\begin{cases} 144a + 12b = 0 \\ 36a + 6b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{9} \\ b = \frac{8}{3} \end{cases}.$$

Suy ra parabol có phương trình $y = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{3}$.

Do chiếc xe tải có chiều ngang 6 m đi vào vị trí chính giữa cổng nên xe sẽ chạm tường tại điểm $A(3; 6)$ khi đó chiều cao của xe là 6.

Vậy điều kiện để xe tải có thể đi vào cổng mà không chạm tường là $0 < h < 6$.

Câu 111: Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi bằng 16, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. 64.

B. 4.

C. 16.

D. 8.

Lời giải:

Gọi x là chiều dài của hình chữ nhật.

Khi đó chiều rộng là $8 - x$.

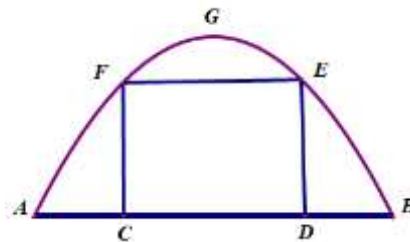
Diện tích hình chữ nhật là $x(8 - x)$.

Lập bảng biến thiên của hàm số bậc hai $f(x) = -x^2 + 8x$ trên khoảng $(0; 8)$ ta được

$$\max_{(0;8)} f(x) = f(4) = 16.$$

Vậy hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng 16 khi chiều dài bằng chiều rộng bằng 4.

Câu 112: Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là 4m còn kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B . (xem hình vẽ bên dưới)



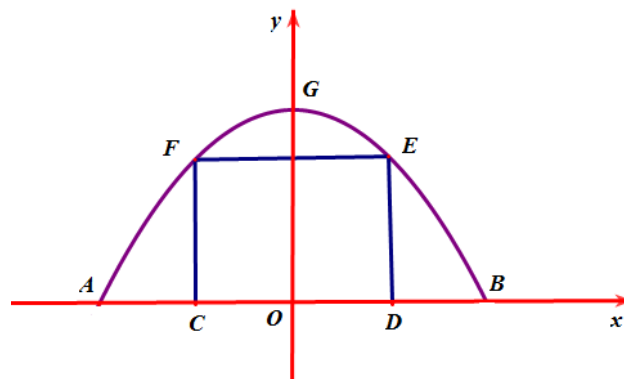
A. 5m.

B. 8,5m.

C. 7,5m.

D. 8m.

Lời giải:



Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, chiếc cổng là 1 phần của parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$.

Do parabol (P) đối xứng qua trục tung nên có trục đối xứng $x=0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b=0$.

Chiều cao của công parabol là 4m nên $G(0;4) \Rightarrow c=4$.

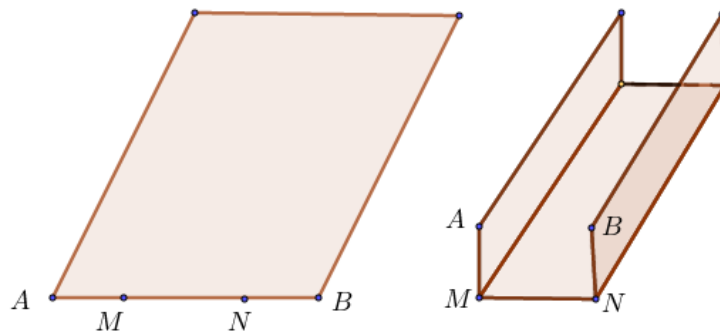
$\Rightarrow (P): y = ax^2 + 4$

Lại có, kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m nên $E(2;3), F(-2;3) \Rightarrow 3 = 4a + 4 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$.

Vậy (P): $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.

Ta có $-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-4 \end{cases}$ nên $A(-4;0), B(4;0)$ hay $AB = 8$ (m).

Câu 113: Một tấm tôn có bề rộng AB là 100cm. Người ta chọn 2 điểm M và N trên đoạn AB sao cho có thể làm được một máng nước như hình vẽ. ($AMNB$ là hình chữ nhật). Tính MN để máng nước có diện tích $AMNB$ lớn nhất.



A. $MN = 50$ cm.

B. $MN = 60$ cm.

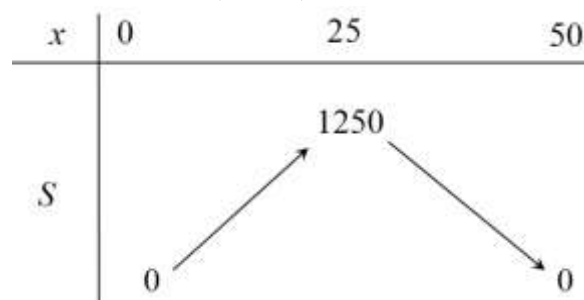
C. $MN = 45$ cm.

D. $MN = 55$ cm.

Lời giải:

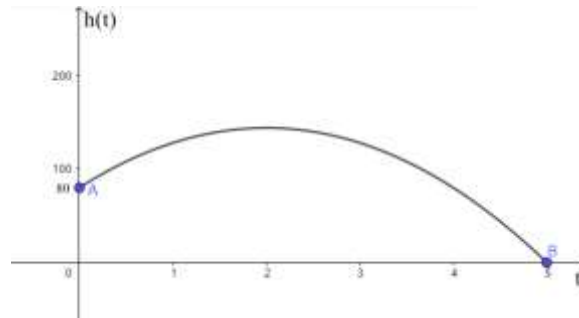
$MN = 2x (0 < x < 50, x(\text{cm})) \Rightarrow AM = NB = 50 - x$.

Khi đó diện tích bề mặt ngang là $S = 2x(50 - x) = -2x^2 + 100x$.



Vậy $MN = 50$ cm thì $S_{\max} = 1250\text{cm}^2$.

Câu 114: Một người ném một quả bóng từ độ cao cách mặt đất 80m, tại thời điểm 1 giây sau khi ném, người ta đo được độ cao của quả bóng so với mặt đất là 128m. Biết rằng quỹ đạo bay của quả bóng là một đường Parabol (như hình vẽ). Tính độ cao tối đa mà quả bóng đạt được.



- A. 143m. **B. 144m.** C. 144,5m. D. 145m.

Lời giải:

Gọi $h(t) = at^2 + bt + c$.

Từ giả thiết bài toán, Parabol qua các điểm $A(0;80), B(5;0), C(1;128)$.

$$\text{Nên ta có hệ phương trình } \begin{cases} c = 80 \\ 25a + 5b + c = 0 \\ a + b + c = 128 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 80 \\ 25a + 5b = -80 \\ a + b = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -16 \\ b = 64 \\ c = 80 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow h(t) = -16t^2 + 64t + 80$$

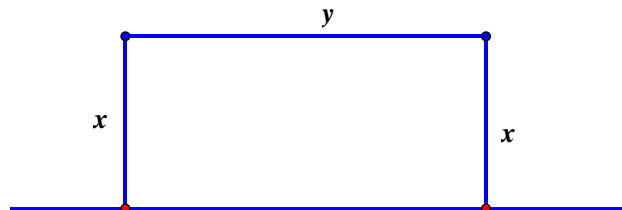
Tọa độ đỉnh của Parabol là $S(2;144)$.

Vậy quả bóng đạt độ cao tối đa là 144m.

Câu 115: Cô Tình có 60m lưới muốn rào một mảng vườn hình chữ nhật để trồng rau, biết rằng một cạnh là tường, cô Tình chỉ cần rào 3 cạnh còn lại của hình chữ nhật để làm vườn. Em hãy tính hộ diện tích lớn nhất mà cô Tình có thể rào được?

- A. $400m^2$. **B. $450m^2$.** C. $350m^2$. D. $425m^2$.

Lời giải:



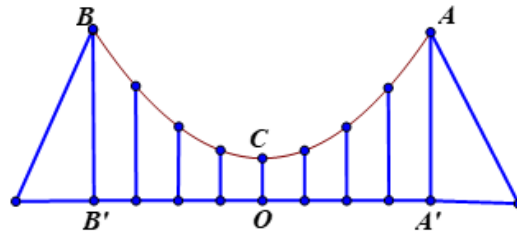
Gọi hai cạnh của hình chữ nhật có độ dài là x, y (như hình vẽ); $0 < x, y < 60$.

Ta có $2x + y = 60 \Rightarrow y = 60 - 2x$.

$$\text{Diện tích hình chữ nhật là } S = xy = x(60 - 2x) = \frac{1}{2} \cdot 2x(60 - 2x) \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2x + 60 - 2x}{x} \right) = 450.$$

Vậy diện tích hình chữ nhật lớn nhất là $450(m^2)$, đạt được khi $x = 15, y = 30$.

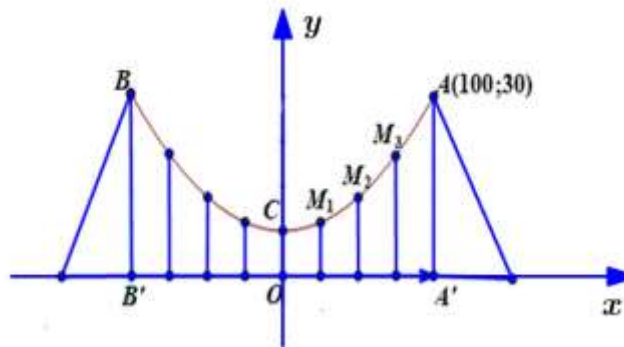
Câu 116: Dây truyền đở nền cầu treo có dạng Parabol ACB như hình vẽ. Đầu cuối của dây được gắn chặt vào điểm A và B trên trụ cốt thép bê tông AA' và BB' với độ cao 30(m) so với nền cầu.



Chiều dài nhịp $A'B' = 200(m)$. Độ cao ngắn nhất của dây truyền trên nền cầu là $OC = 5(m)$. Người ta nối dây đỡ với nền bằng 7 sợi cáp song song cách đều hai trụ AA' và BB' . Xác định tổng các chiều dài 7 các dây cáp treo đó.

- A. 78,15(m). **B. 78,75(m).** C. 72,75(m). D. 80,70(m).

Lời giải:



Chọn trục Oy trùng với trục đối xứng của Parabol, trục Ox nằm trên nền cầu như hình vẽ.

Khi đó ta có $A(100;30), C(0;5)$, ta tìm phương trình của Parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$.

Parabol có đỉnh là C và đi qua A nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 0 \\ a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 5 \\ a \cdot 100^2 + b \cdot 100 + c = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{400} \\ b = 0 \\ c = 5 \end{cases} . \text{ Suy ra Parabol có phương trình } y = \frac{1}{400}x^2 + 5.$$

Bài toán đưa việc xác định chiều dài các dây cáp treo sẽ là tính tung độ những điểm M_1, M_2, M_3 của Parabol. Ta dễ dàng tính được tung độ các điểm có các hoành độ

$$x_1 = 25, x_2 = 50, x_3 = 75 \text{ lần lượt là } y_1 = 6,5625(m), y_2 = 11,25(m) y_3 = 19,0625(m).$$

Do đó tổng độ dài các dây cáp treo cần tính là:

$$(6,5625 + 11,25 + 19,0625) \cdot 2 + 5 = 78,75(m).$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 03 tháng 01 năm 2023